

# Le tableau de variation d'une fonction et sa représentation graphique

2nde

## Leçon

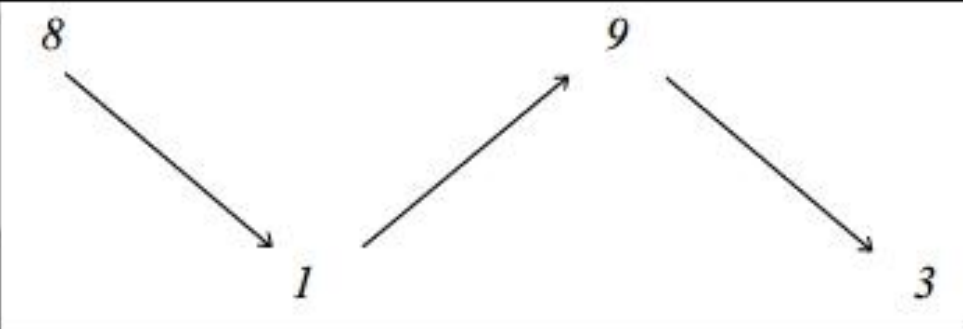
### Qu'est-ce qu'un tableau de variation ?

Selon les valeurs de  $x$ , la fonction  $f(x)$  prend des valeurs plus ou moins importantes. Les valeurs de  $f(x)$  vont donc varier.

On étudie ses variations en y associant deux situations : croissance ou décroissance. Pour synthétiser cela, il faut représenter un tableau appelé tableau de variation et qui est la représentation schématique des directions (flèches montantes ou descendantes) que prend la courbe représentative d'une fonction.

Exemple :

$x$	-5	2	4	10
$f(x)$	8	1	9	3

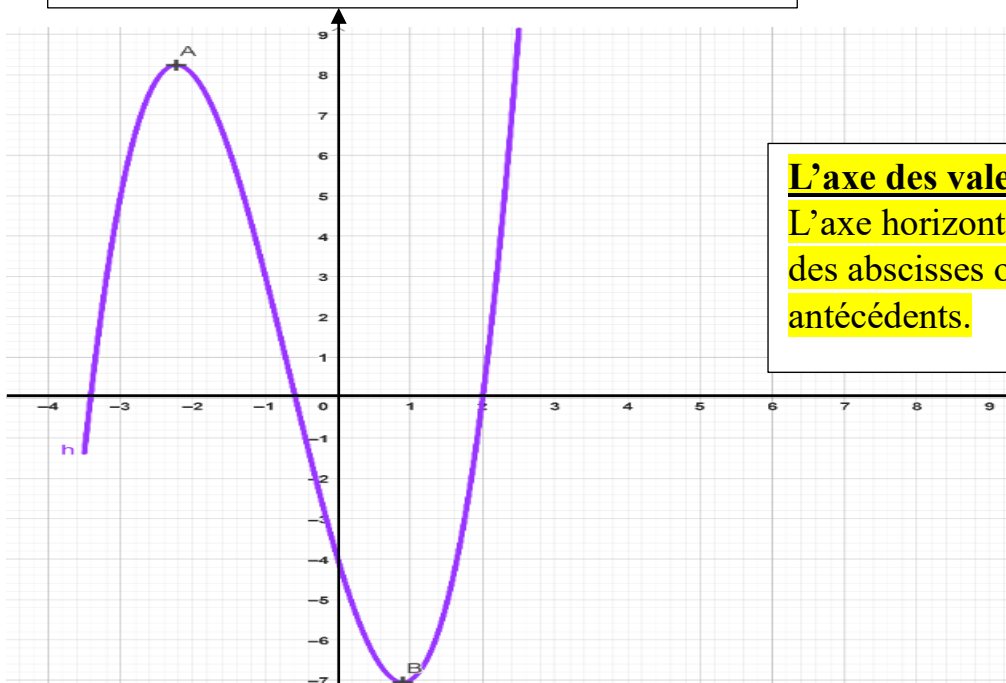


A la lecture de la représentation graphique d'une fonction, on peut retrouver les intervalles des valeurs de  $x$  pour lesquelles les valeurs de  $f(x)$  augmentent (croissance) ou diminuent (décroissance). Il s'agit du sens de variation.

Attention : Le graphique se lit toujours dans le sens de la lecture c'est-à-dire de gauche à droite.

Pour rappel : la représentation graphique d'une fonction est toujours associée à un repère lui-même constitué de deux axes :

**L'axe des valeurs de  $f(x)$  :** l'axe vertical ou l'axe des ordonnées ou l'axe des images.

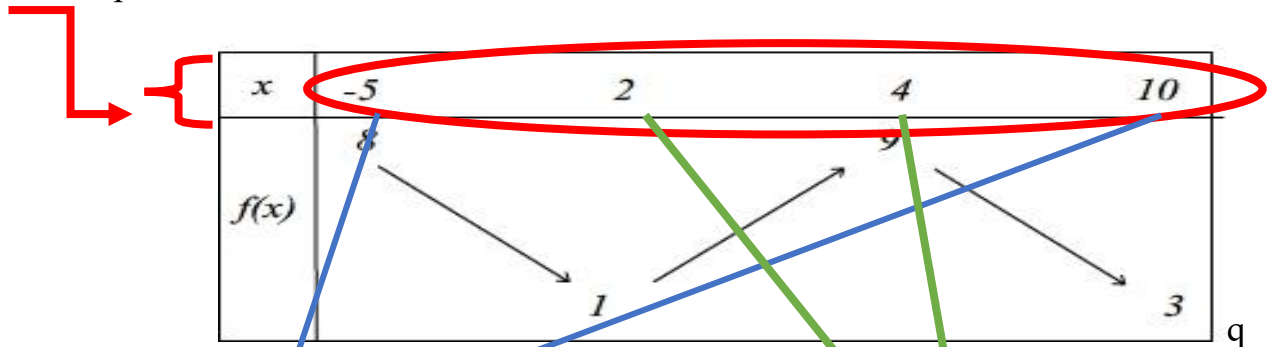


**L'axe des valeurs de  $x$  :** L'axe horizontal ou l'axe des abscisses ou l'axe des antécédents.

## Comment lire un tableau de variation ?

Le tableau est constitué au minimum de deux lignes :

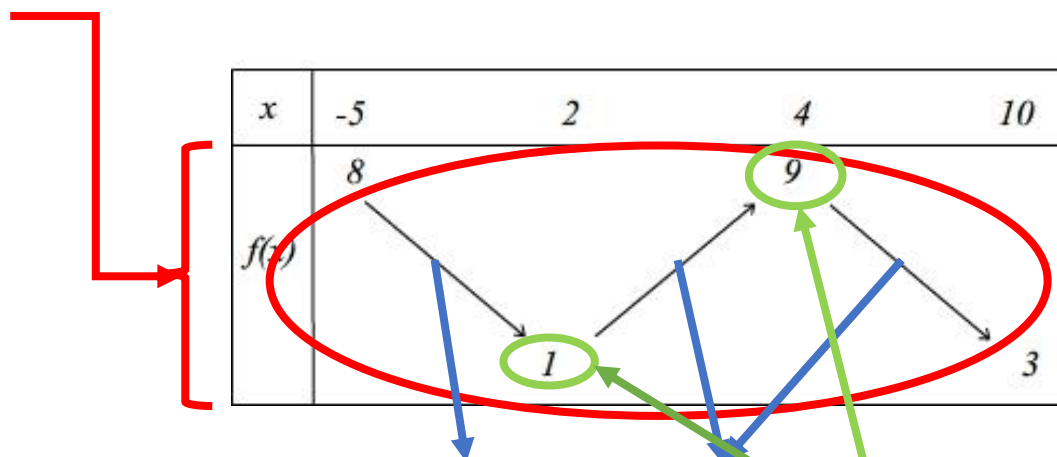
- o Celle représentant les valeurs de  $x$



$x$	-5	2	4	10
$f(x)$	8	1	9	3

Dans un premier temps, il permet de fixer le domaine de représentation de la fonction en retrouvant l'intervalle des valeurs de  $x$  où le graphique est représenté. En progressant vers la droite, la courbe peut descendre ou monter pour atteindre des extrémums locaux (minimums ou maximums). Ses extrémums seront mentionnés également dans le tableau. Cela permet de retrouver les différents intervalles où la fonction est croissante ou décroissante.

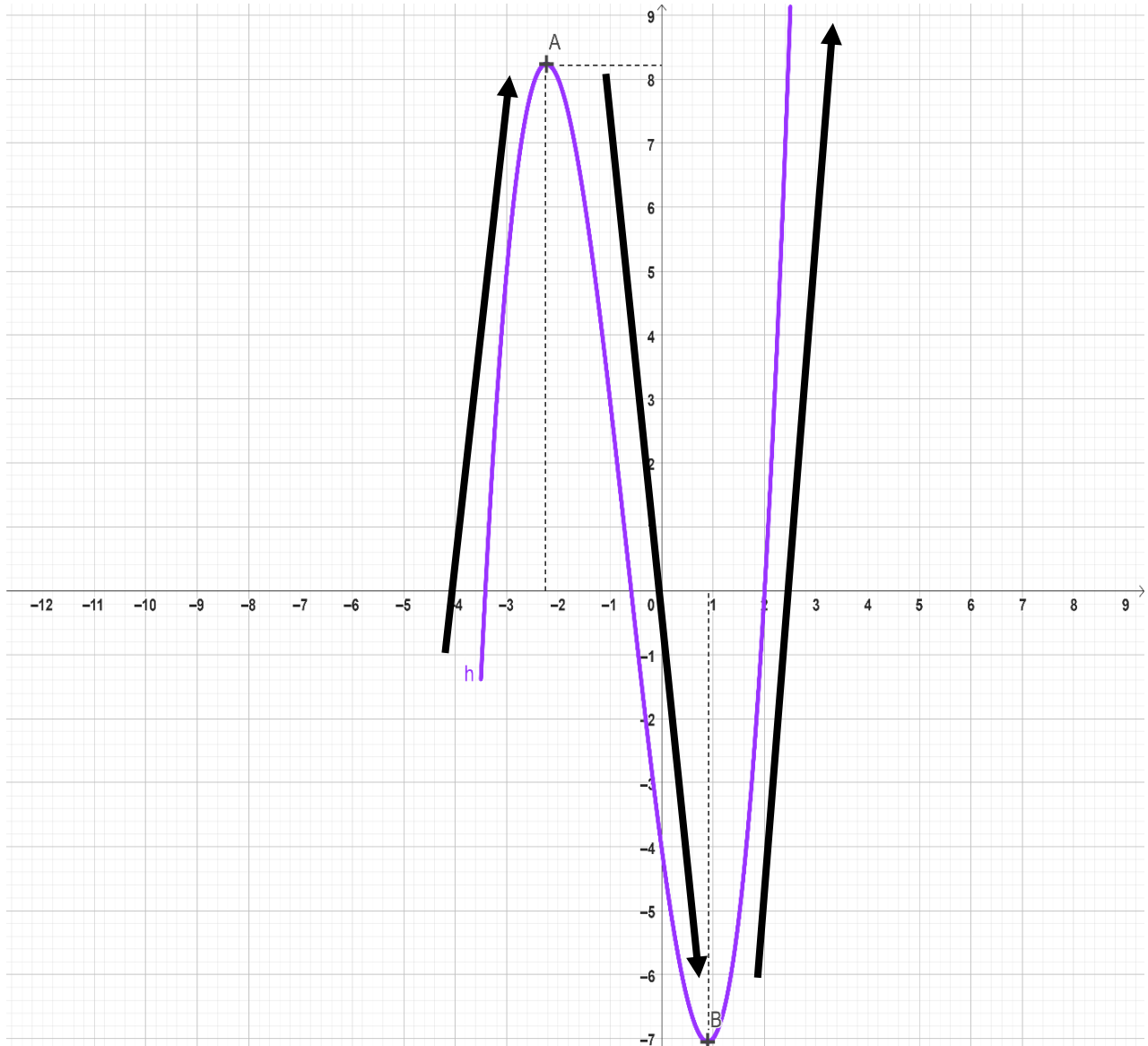
- o Celle représentant les valeurs de  $f(x)$



$x$	-5	2	4	10
$f(x)$	8	1	9	3

Dans un second temps, des flèches montantes ou descendantes sur les intervalles de  $x$  précisent les sens de variations. Les valeurs de  $f(x)$  seront mentionnées à chaque changement de sens de variation de la fonction au minimum.

## Comment construire un tableau de variation ? Exemple :



Les coordonnées de points A et B sont : A (-2,2; 8,2) et B(0,9; -7)

1. **Noter le domaine de définition de f** dans la première ligne du tableau. Lire le domaine de définition de f sur le graphique ou dans la consigne. Ici,  $D_f = [-3,5 ; +\infty[$

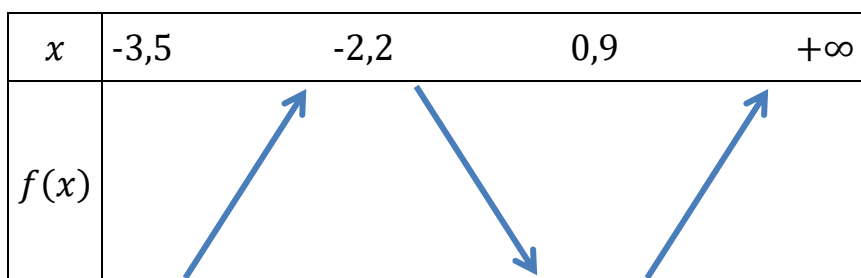
$x$	-3,5	$+\infty$
$f(x)$		

## 2. Donner le sens de variation de $f$ :

Placer les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $f$  change de sens de variation dans la première ligne du tableau de variations

$x$	-3,5	-2,2	0,9	$+\infty$
$f(x)$				

Tracer les flèches dans la deuxième ligne du tableau (flèche qui monte :  $f$  est croissante, flèche qui descend :  $f$  est décroissante).

$x$	-3,5	-2,2	0,9	$+\infty$
$f(x)$				

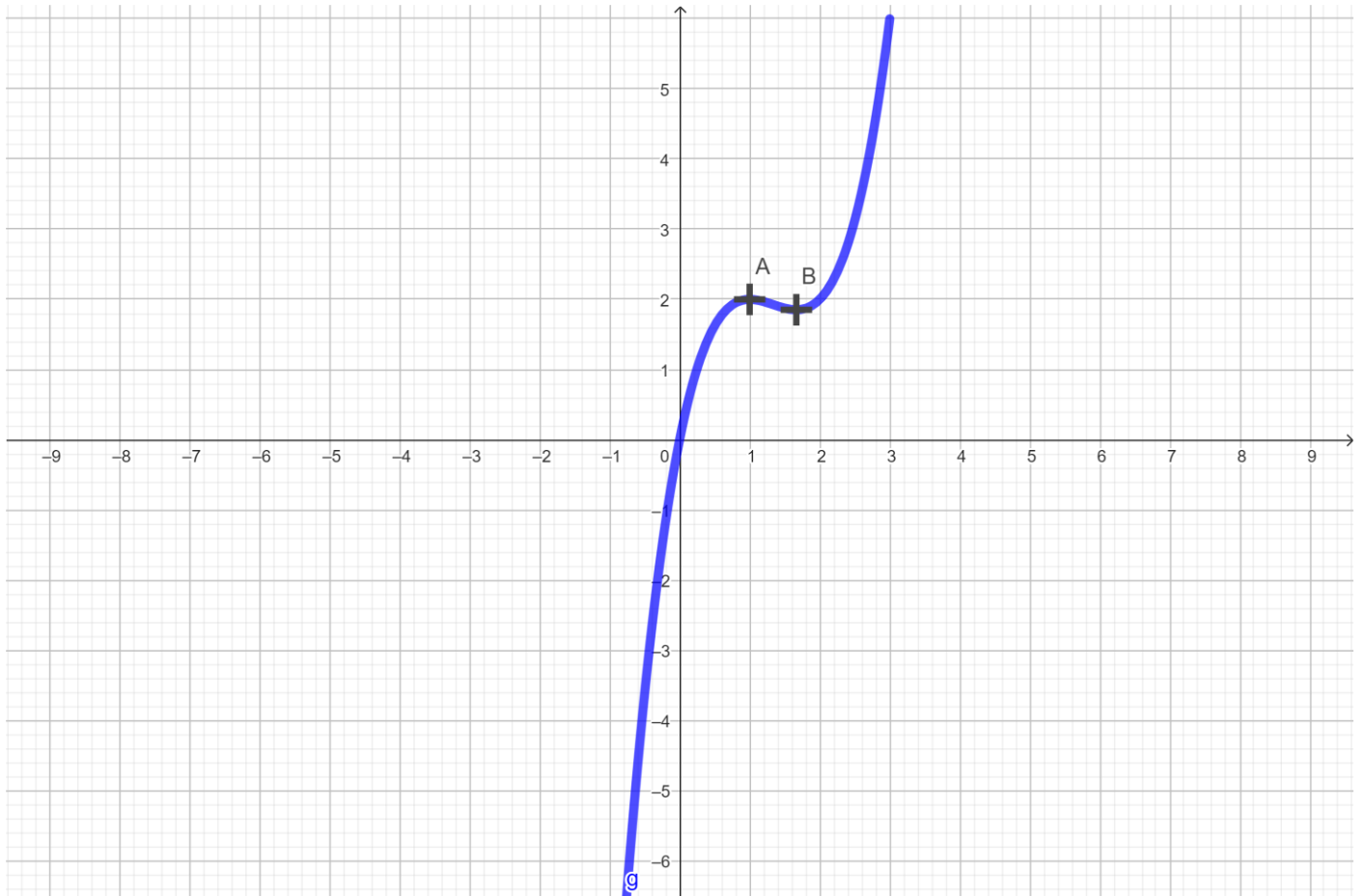
3. Calculer ou lire les images par  $f$  des valeurs où le sens de variation change. On place ces nombres aux extrémités des flèches.

$x$	-3,5	-2,2	0,9	$+\infty$
$f(x)$	-1,4	8,2	-7	9

## EXERCICES

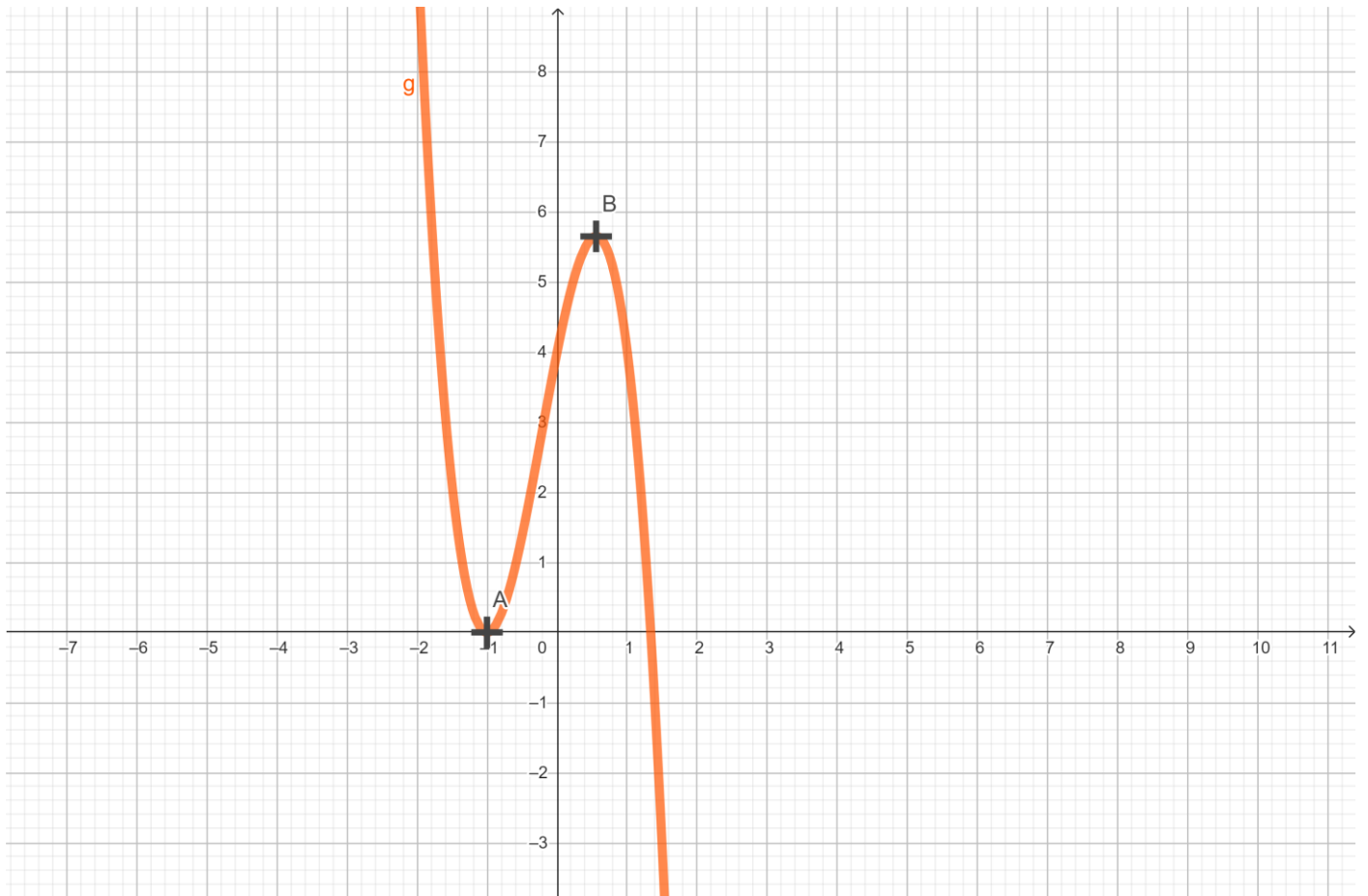
**Ex 1 : Représenter le tableau de variation des fonctions dont vous avez les représentations suivantes :**

**Tracé1**



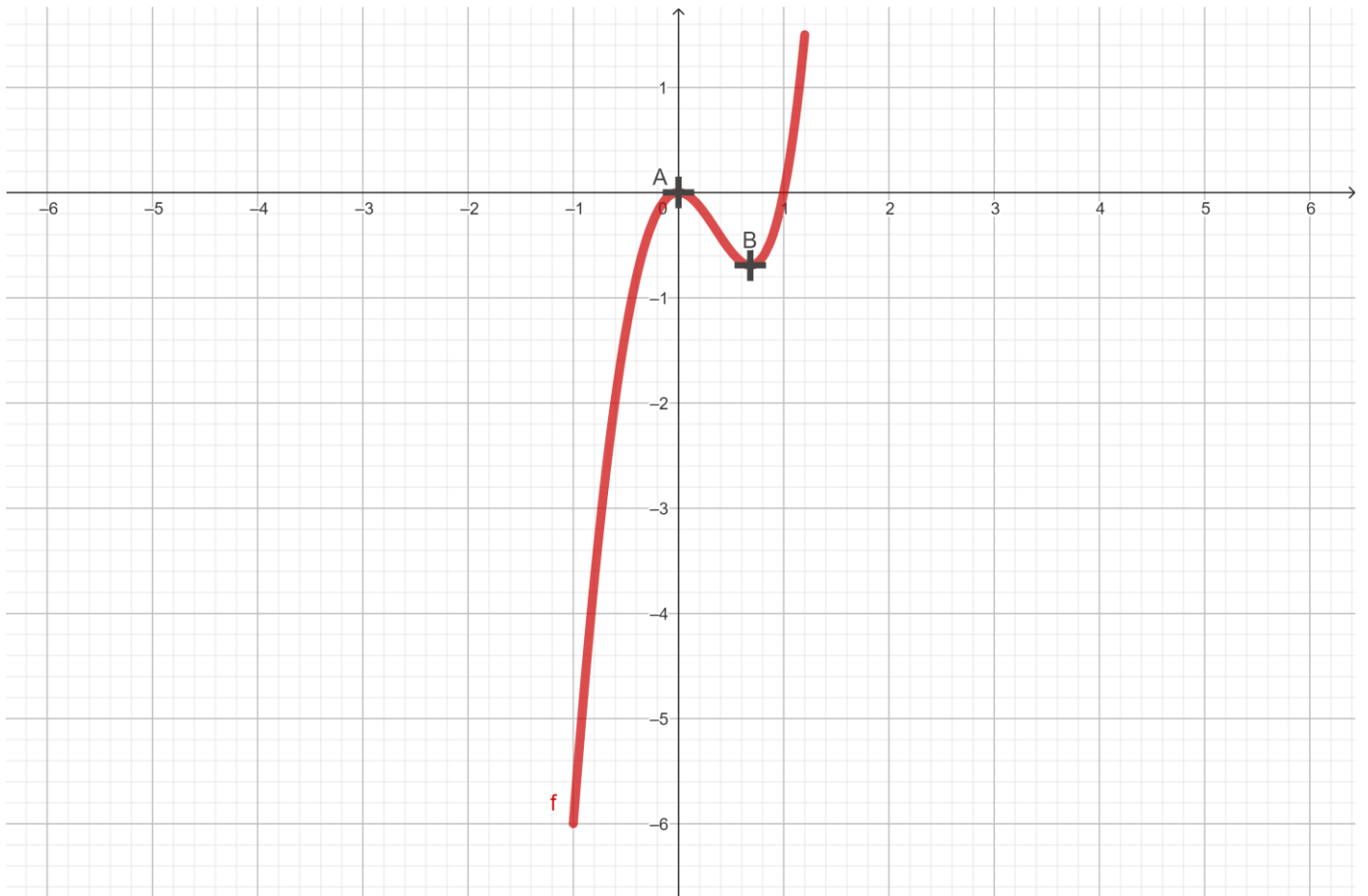
A a pour coordonnées (1 ; 2) et B (1,6 ; 1,8)


## Tracé2



A a pour coordonnées  $(-1 ; 0)$  et B  $(0,6 ; 5,7)$


### Tracé3



A (0 ; 0) et B (0,7 ; -0,7)



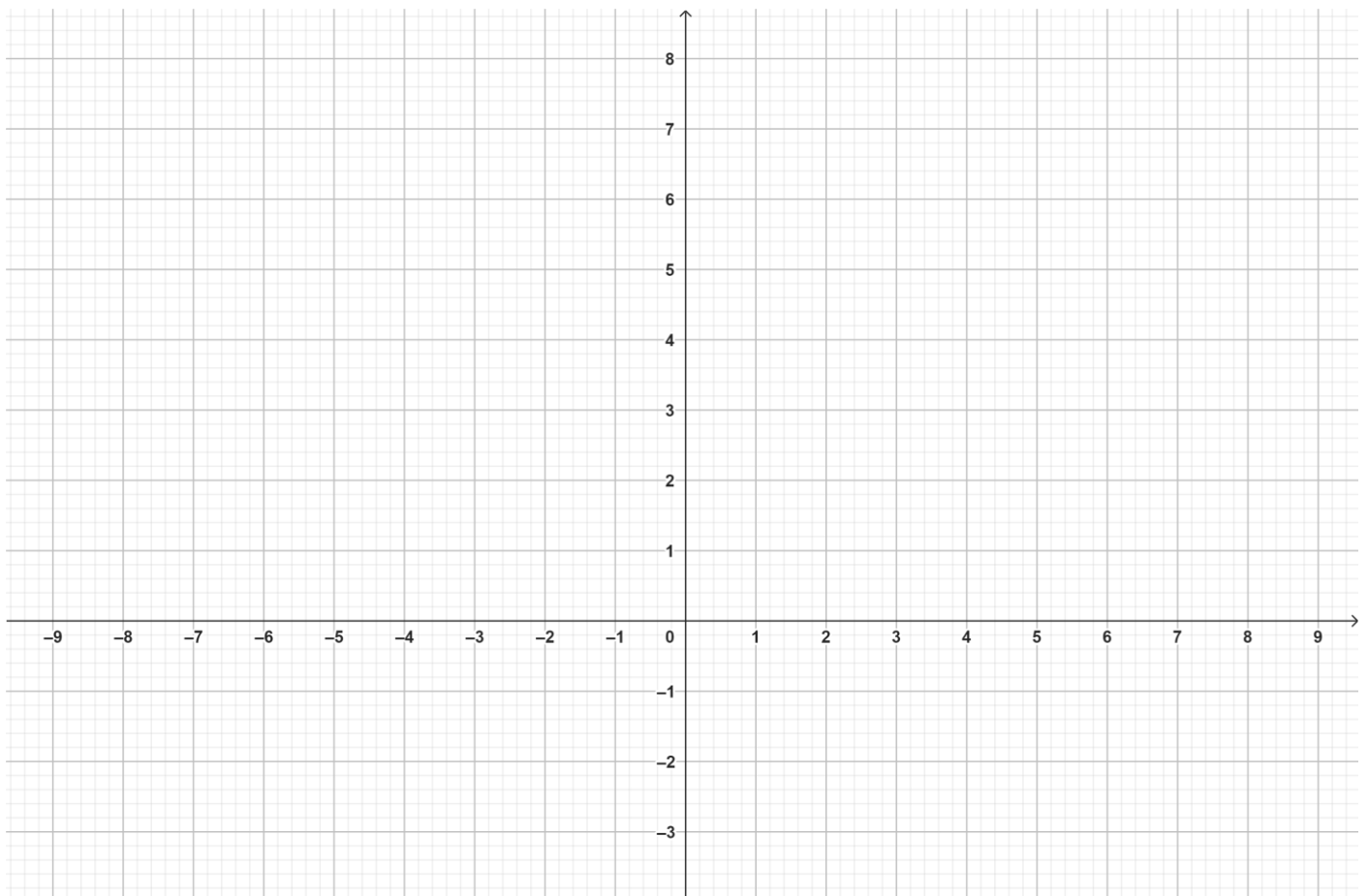

**Ex 2 : A l'aide des tableaux de variation suivants, esquisser la courbe la plus précise possible de la représentation graphique correspondante :**

**Tableau 1**

$x$	-1,5	-0,66	1	1,91	2,5
$f(x)$	7,7	-2,25	3	1,95	4,7


Diagram showing the variation of the function  $f(x)$  between the points in the table. Blue arrows indicate the direction of the function's slope between consecutive  $x$  values:

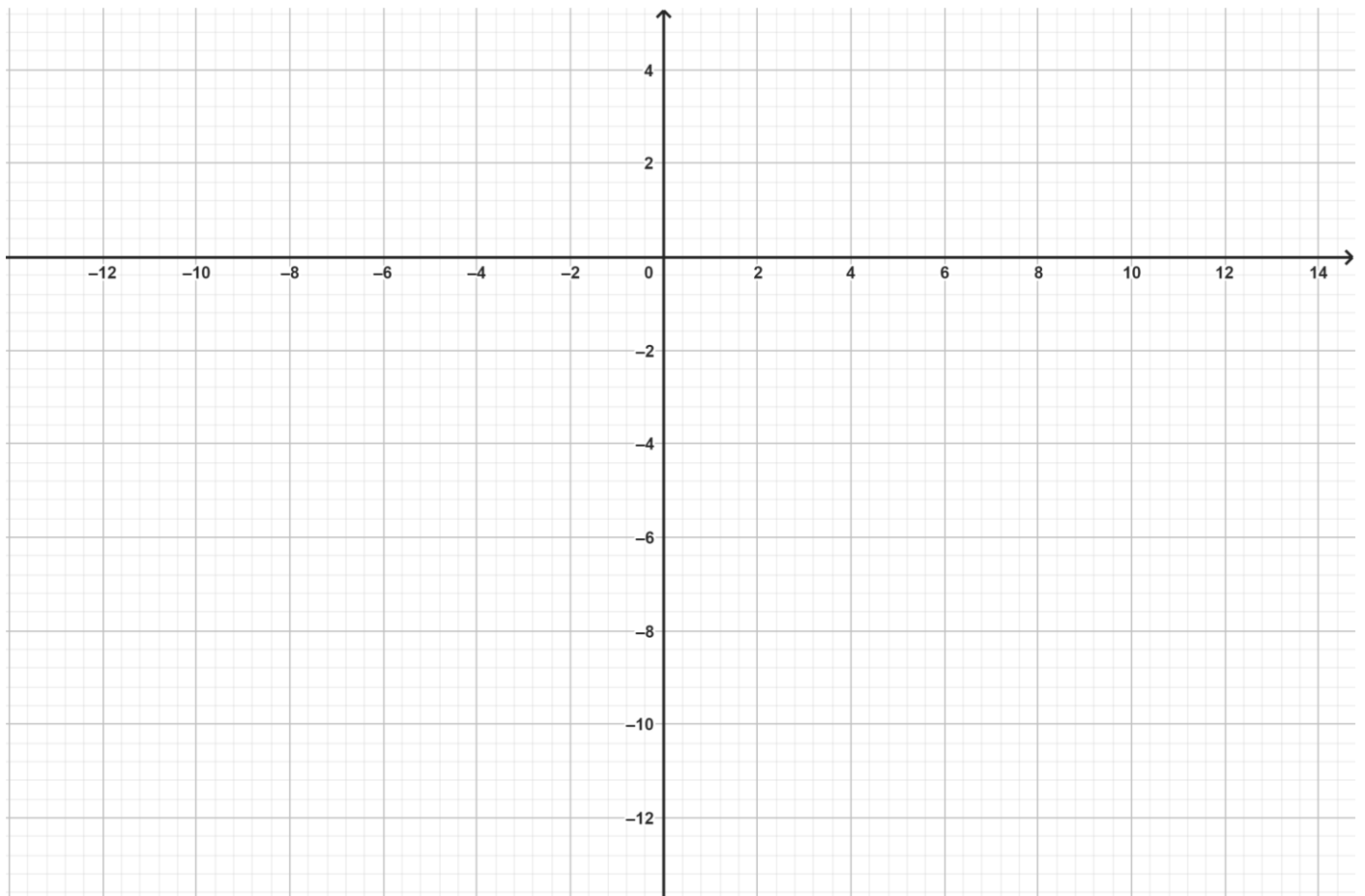
- From  $x = -1,5$  to  $x = -0,66$ , the function decreases from  $f(x) = 7,7$  to  $f(x) = -2,25$ .
- From  $x = -0,66$  to  $x = 1$ , the function increases from  $f(x) = -2,25$  to  $f(x) = 3$ .
- From  $x = 1$  to  $x = 1,91$ , the function decreases from  $f(x) = 3$  to  $f(x) = 1,95$ .
- From  $x = 1,91$  to  $x = 2,5$ , the function increases from  $f(x) = 1,95$  to  $f(x) = 4,7$ .



**Tableau 2**

$x$	-2	-0,63	2,63	4
$f(x)$	-7	4,71	-12,71	-1



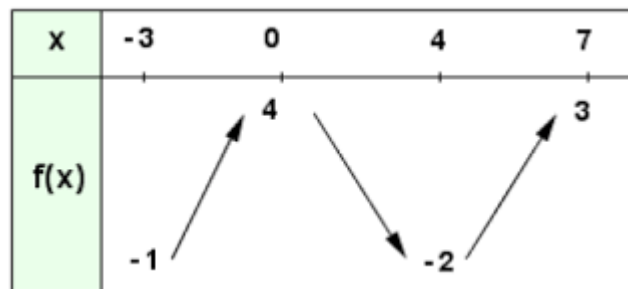


### Ex 3 : Répondre aux questions en vous aidant des tableaux de variation correspondants :

correspondants :

Tableau 1

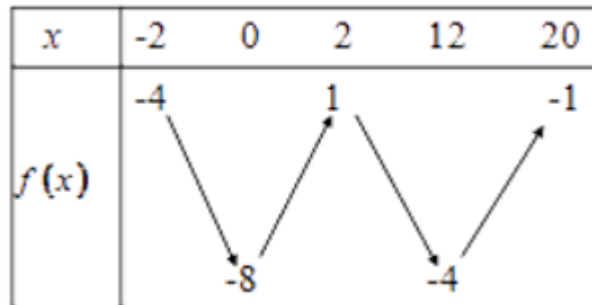
x	-3	0	4	7
f(x)	-1	4	-2	3



- 1) Quel est le domaine de définition de  $f(x)$  ?
- 2) Quelle est l'image de 4 par la fonction  $f$  ?
- 3) Quelle est l'antécédent de 4 par la fonction  $f$  ?
- 4) Quel est le minimum de la fonction  $f$  ?
- 5) Quel est le maximum de la fonction  $f$  ?
- 6) Dans quelle(s) intervalle(s) la fonction  $f$  est croissante ?

### Tableau 2

$x$	-2	0	2	12	20
$f(x)$	-4	-8	1	-4	-1



- 1) Quel est le domaine de définition de  $f(x)$  ?
- 2) Quelle est l'image de 0 par la fonction  $f$  ?
- 3) Quelles sont les antécédents de -4 par la fonction  $f$  ?
- 4) Quel est le minimum de la fonction  $f$  ?
- 5) Quel est le maximum de la fonction  $f$  ?
- 6) Dans quelle(s) intervalle(s) la fonction  $f$  est croissante ?

**Tableau 3**

$x$	-5	-3	-1	3	7
$f$	4	5	-2	2	-4

Diagram illustrating the mapping of  $x$  values to  $f$  values:

- $x = -5$  maps to  $f = 4$
- $x = -3$  maps to  $f = 5$
- $x = -1$  maps to  $f = -2$
- $x = 3$  maps to  $f = 2$
- $x = 7$  maps to  $f = -4$

- 1) Quel est le domaine de définition de  $f(x)$  ?
- 2) Quelle est l'image de 7 par la fonction  $f$  ?
- 3) Quelle est l'antécédent de 5 par la fonction  $f$  ?
- 4) Quel est le minimum de la fonction  $f$  ?
- 5) Quel est le maximum de la fonction  $f$  ?
- 6) Dans quelle(s) intervalle(s) la fonction  $f$  est décroissante ?

## CORRECTION

**Ex 1 :**

**Tracé1**

$x$	$-0,8 (-\infty)$	$1$	$1,6$	$3$
$g(x)$	$-6,8 (-\infty)$	$2$	$1,8$	$6$

Diagram showing the function  $g(x)$  with points  $(-0,8, -6,8)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(1,6, 1,8)$ , and  $(3, 6)$ . Arrows indicate the direction of the curve: increasing from  $x = -0,8$  to  $x = 1$ , decreasing from  $x = 1$  to  $x = 1,6$ , and increasing from  $x = 1,6$  to  $x = 3$ .

**Tracé2**

$x$	$-2 (-\infty)$	$-1$	$0,6$	$1,6(+\infty)$
$g(x)$	$9(+\infty)$	$0$	$5,7$	$-3,8(-\infty)$

Diagram showing the function  $g(x)$  with points  $(-2, 9)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(0,6, 5,7)$ , and  $(1,6, -3,8)$ . Arrows indicate the direction of the curve: decreasing from  $x = -2$  to  $x = -1$ , increasing from  $x = -1$  to  $x = 0,6$ , and decreasing from  $x = 0,6$  to  $x = 1,6$ .

**Tracé3**

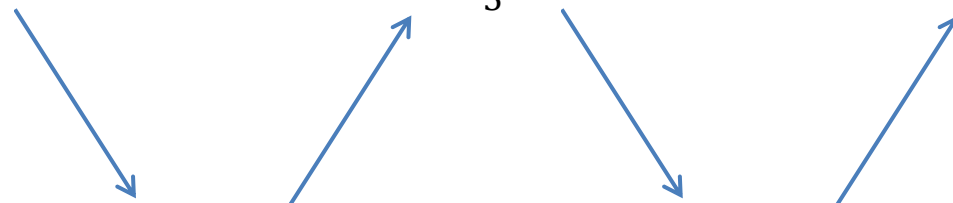
$x$	$-1$	$0$	$0,7$	$1,2$
$f(x)$	$-6,8$	$0$	$-0,7$	$1,5$

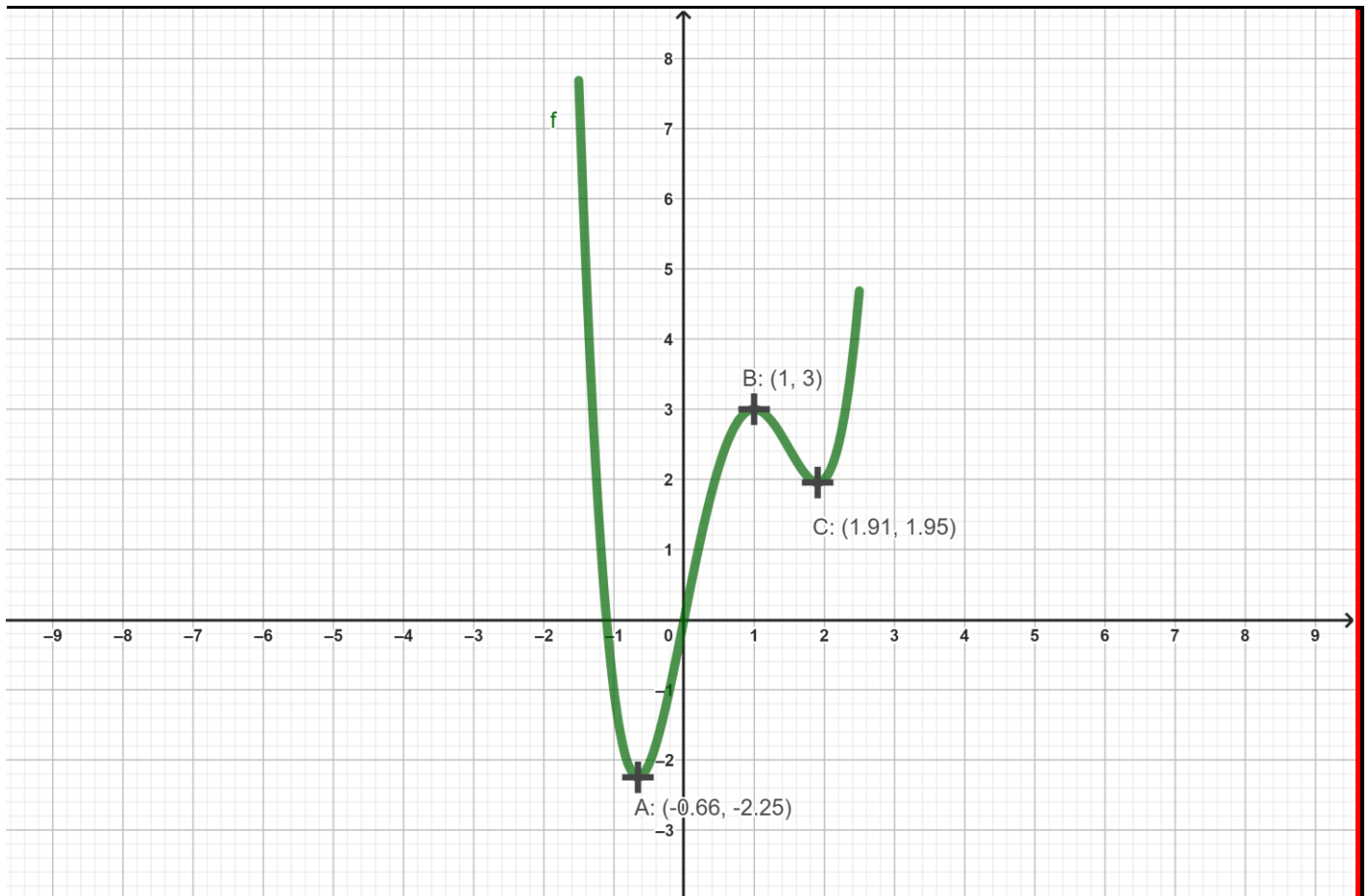
Diagram showing the function  $f(x)$  with points  $(-1, -6,8)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(0,7, -0,7)$ , and  $(1,2, 1,5)$ . Arrows indicate the direction of the curve: increasing from  $x = -1$  to  $x = 0$ , decreasing from  $x = 0$  to  $x = 0,7$ , and increasing from  $x = 0,7$  to  $x = 1,2$ .

## CORRECTION

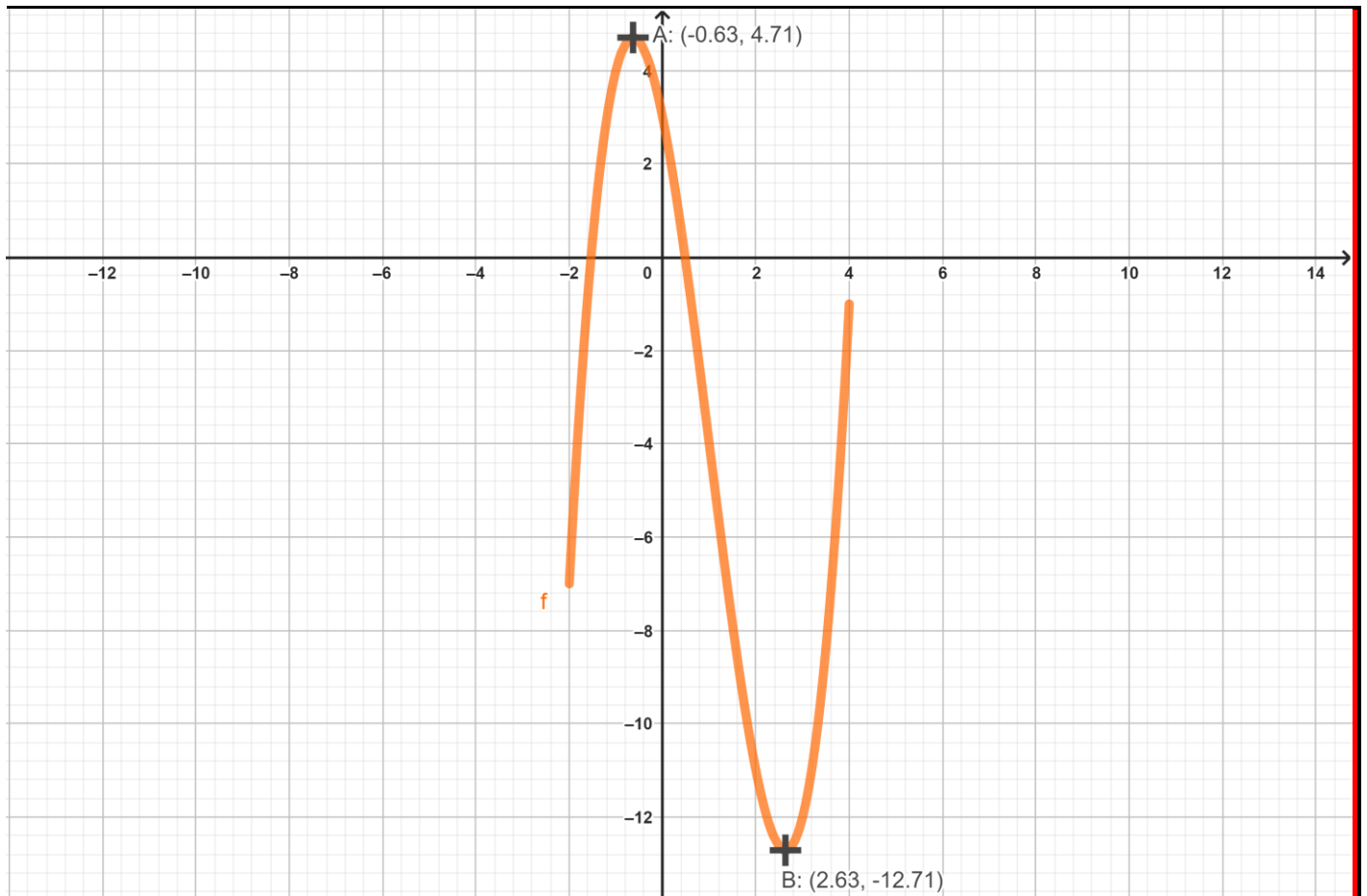
**Ex 2 :**

$x$	-1,5	-0,66	1	1,91	2,5
$f(x)$	7,7	-2,25	3	1,95	4,7





$x$	-2	-0,63	2,63	4
$f(x)$	-7	4,71	-12,71	-1



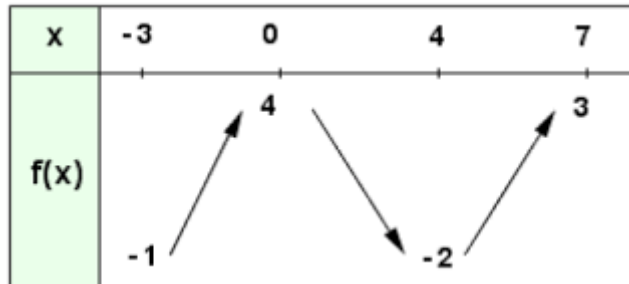


## CORRECTION

Ex 3 :

**Tableau 1**

<b>x</b>	-3	0	4	7
<b>f(x)</b>	-1	4	-2	3



1) Quel est le domaine de définition de  $f(x)$  ?  **$[-3 ; 7]$**

2) Quelle est l'image de 4 par la fonction  $f$  ?  **$f(4) = -2$**

3) Quelle est l'antécédent de 4 par la fonction  $f$  ?

**$f(x) = 4$  quand  $x = 0$**

4) Quel est le minimum de la fonction  $f$  ?

**il est atteint au point de coordonnées  $(4 ; -2)$ .**

5) Quel est le maximum de la fonction  $f$  ?

**il est atteint au point de coordonnées  $(0 ; 4)$ .**

6) Dans quelle(s) intervalle(s) la fonction  $f$  est croissante ?  **$[-3 ; 0]$  et  $[4 ; 7]$**

## Tableau 2

$x$	-2	0	2	12	20
$f(x)$	-4	-8	1	-4	-1

- 1) Quel est le domaine de définition de  $f(x)$  ?  **$[-2 ; 20]$**
- 2) Quelle est l'image de 0 par la fonction  $f$ ?  **$f(0) = -8$**
- 3) Quelles sont les antécédents de -4 par la fonction  $f$ ?

**$f(x) = -4$  lorsque  $x = -2$  et  $x = 12$**

- 4) Quel est le minimum de la fonction  $f$ ?

**il est atteint au point de coordonnées  $(0 ; -8)$ .**

- 5) Quel est le maximum de la fonction  $f$ ?

**il est atteint au point de coordonnées  $(2 ; 1)$ .**

- 6) Dans quelle(s) intervalle(s) la fonction  $f$  est-elle croissante ?  **$[0 ; 2]$  et  $[12 ; 20]$**

### Tableau 3

$x$	-5	-3	-1	3	7
$f$	4	5	-2	2	-4

Diagram illustrating the mapping of  $x$  values to  $f$  values:

- $x = -5$  maps to  $f = 4$
- $x = -3$  maps to  $f = 5$
- $x = -1$  maps to  $f = -2$
- $x = 3$  maps to  $f = 2$
- $x = 7$  maps to  $f = -4$

- 1) Quel est le domaine de définition de  $f(x)$  ?  **$[-5 ; 7]$**
- 2) Quelle est l'image de 7 par la fonction  $f$ ?  **$f(7) = -4$**
- 3) Quelle est l'antécédent de 5 par la fonction  $f$ ?  **$f(x) = 5$  lorsque  $x = -3$**
- 4) Quel est le minimum de la fonction  $f$ ?

**il est atteint au point de coordonnées  $(7 ; -4)$ .**

- 5) Quel est le maximum de la fonction  $f$ ?

**il est atteint au point de coordonnées  $(-3 ; 5)$ .**

- 6) Dans quelle(s) intervalle(s) la fonction  $f$  est décroissante ?  **$[-3 ; -1]$  et  $[3 ; 7]$**