

C — Temps didactique et temps d'apprentissage

Quand le professeur de mathématiques entre en classe il a en tête tout ce qui a été vu précédemment, ce que les élèves sont censés avoir appris, il sait précisément ce qu'il va amener de nouveau tout en inscrivant ce moment de cours à la fois dans la suite logique de ce qui a été vu et dans tout ce que lui (ou un autre) en fera ensuite. Il inscrit son cours dans cette logique linéaire.

Il a déjà en tête l'échéance du prochain contrôle et sait précisément ce qu'il souhaite évaluer. Il a peut être même imaginé le sujet précis de cette évaluation. Il inscrit donc l'intervention ponctuelle de son cours dans cette logique linéaire qui n'appartient qu'au spécialiste qu'il est!

Si le temps didactique est linéaire, le temps d'apprentissage ne l'est pas.

Apprendre, ce n'est pas avancer de connaissances acquises une fois pour toutes en connaissances nouvelles. Ce n'est pas non plus empiler des acquis. Apprendre, c'est organiser et réorganiser sans cesse ses connaissances. La connaissance d'un objet quel qu'il soit n'est jamais définitive, elle est à ajuster sans cesse car elle dépend du sujet qui comprend. Or, le sujet comprend avant tout avec ce qu'il est : sa structure mentale et son histoire propre, et avec ce qu'il a : son expérience personnelle et ses connaissances. Chaque nouvelle expérience, chaque nouvelle connaissance permet de regarder un objet avec un regard neuf, donc de l'appréhender autrement.

Si le temps didactique est collectif, le même pour tous, le temps d'apprentissage ne peut être qu'individuel, complètement personnel.

Le maître sculpteur montre à son apprenti les outils dont il peut se servir, il lui apprend les gestes techniques de son art, mais c'est l'apprenti qui sculpte dans une création personnelle et unique. C'est l'élève, et l'élève seul, qui apprend, l'enseignant se trompe s'il pense qu'il peut réorganiser les connaissances de ses élèves, mais il peut et doit leur en fournir l'occasion, leur donner du temps pour le faire et leur apporter des outils efficaces pour cette activité mentale. Il doit leur fournir une aide au développement de leur pensée mathématique.

Les schémas heuristiques expérimentés dans les classes de collège et lycée depuis plusieurs années sont des outils particulièrement intéressants pour apporter un peu de globalité dans une matière essentiellement linéaire, un peu de synthèse dans des pratiques analytiques, et une complémentarité dans les processus mentaux individuels.

LE SCHÉMA HEURISTIQUE

A — Description de l'outil

Le schéma heuristique est une structure spatiale centrée, en arbre, qui permet de mettre en évidence d'un seul coup d'oeil la globalité d'un sujet. Tous les éléments y sont présentés simultanément sans qu'il ait un ordre quelconque dans leur disposition (cela n'empêche pas d'y mettre une chronologie si la nécessité s'en fait sentir).

Heuristique : qui aide à la découverte, se dit d'une activité qui fait découvrir à l'autre ce qu'on voulait lui enseigner.

Un schéma comme ceux des pages 118 à 122 est heuristique parce qu'il permet de faire des découvertes! Mais ne nous y trompons pas, il permet des *découvertes à celui qui le crée*. Il est difficilement lisible par quelqu'un d'autre s'il n'est pas commenté. On comprend alors la réticence générale des enseignants face à ces structures : elle est normale puisque chaque fois qu'il leur en est présenté un, il a été construit par un tiers. Chaque schéma est le produit de la réflexion et de la compréhension d'une personne donnée à un moment donné. Il est difficilement communicable puisqu'il est complètement personnel.

Depuis des années que je l'introduis dans mes stages de formation aux enseignants, je me heurte à ces réticences. Il ne faut pas vouloir convaincre... Il faut donner aux enseignants l'occasion de l'expérimenter personnellement. Les méfiances, refus, rejets disparaissent alors pour faire place à la surprise, au plaisir et même à l'enthousiasme. Il procure à celui qui le crée un sentiment de satisfaction personnelle. Certains expriment qu'ils se sont fait plaisir. C'est une technique à expérimenter et à perfectionner sans cesse.

B ——— Spécificité de l'outil

Ces schémas seront codés sensiblement différemment selon les fonctionnements mentaux : certains enseignants très globalisants diront que cela ne leur a pas apporté grand-chose puisqu'ils avaient déjà cette globalité en tête, surtout s'ils l'ont construit à partir de leur domaine d'expertise. Il faudra que ces enseignants fassent d'autres essais en variant la forme ou en prenant un sujet hors des mathématiques. Si le schéma n'apporte rien aux experts en mathématiques qu'ils sont, il peut être communiqué en classe. L'enseignant sera alors surpris de la réaction de certains de ses élèves (pas forcément les meilleurs) qui le trouveront «super», «génial». Si on questionne les élèves pour leur faire expliciter ce ressenti, ils expriment des découvertes : ils n'avaient jamais vu les choses comme cela, jamais perçu ces liens, cette cohérence, enfin ils y comprennent quelque chose ! Cela vaut la peine de l'expérimentation. Des enseignants très linéaires seront beaucoup plus vite convaincus. Ils vont eux-mêmes y faire des découvertes, exprimer quelques fois une véritable révélation par rapport à leur matière d'enseignement. Ils vont très vite réaliser que c'est le complément synthétique indispensable à leur fonctionnement analytique. Un enseignant de mathématiques, quel que soit son fonctionnement mental, passe évidemment dans sa matière d'enseignement très facilement de l'un à l'autre. C'est justement ce qui fait son expertise.

C ——— Exercice pour le lecteur

Choisissez un sujet mathématique, un programme annuel d'une classe ou un concept : fonction, vecteur... ou encore «tout ce qu'il faut savoir en 5^e ou 4^e sur un sujet donné»...

Prenez une page blanche format A4 (ou A3 si vous écrivez grand ou si vous avez besoin d'espace), écrivez le sujet au centre. Sur une autre feuille, à côté, laissez aller vos idées et écrivez la liste de tous les éléments que vous souhaitez voir figurer sur le schéma. Vous allez ensuite regrouper des éléments et les réorganiser en arbre (voir les modèles des pages 118 à 122)

Observez votre activité mentale tout en le réalisant. Vous allez vous poser des questions pour créer les liens qui vous sembleront les plus pertinents et vous livrer à un véritable «remue-méninges».

Quelques conseils pratiques : travaillez au crayon et à la gomme. Remplissez suffisamment l'espace central, ne vous en éloignez pas trop vite, vous vous heurteriez rapidement aux bords de la page et vous manqueriez d'espace. Acceptez au départ l'idée de n'être pas complètement satisfait du produit fini. C'est très souvent le cas. De toute façon votre schéma n'est pas définitif, ce n'est qu'une étape. Il correspond à votre réflexion du moment sur ce sujet. Il peut être revu et corrigé...

A — Apports de la neurobiologie et de la Gestion mentale

Le schéma heuristique permet à celui qui le crée de passer très facilement de l'analyse à la synthèse, de partir d'un élément pour le situer dans l'ensemble ou de considérer l'ensemble et d'en étudier tous les éléments constitutifs. Il est rarement totalement satisfaisant car il est ponctuel, évolutif. C'est un pont entre le passé des acquis, le présent de l'activité mentale et le futur des réutilisations possibles. C'est un temps de réorganisation des connaissances. Il est une mise à disposition du présent réorganisé pour l'accueil futur d'autres éléments. Il s'inscrit dans une dynamique temporelle de l'apprentissage.

Il nécessite une très grande activité mentale de recherche de liens logiques (Paramètre 3) et originaux (Paramètre 4). Sa disposition en arbre fait que lorsque le crayon arrive au bout d'une branche, il attire le réalisateur vers une possible idée complémentaire. Cette envie, presque physique, du crayon d'aller encore plus loin est très bien décrite par les élèves : « Quand je suis arrivé au bout de la branche, une autre idée m'est venue. » C'est un extraordinaire outil d'enrichissement des évocations. Il permet d'être actif mentalement. Il sollicite les deux hémisphères cérébraux : l'hémisphère gauche analytique, linéaire, qui traite les informations en focalisation étroite et l'hémisphère droit plus synthétique, globalisant, qui traite les informations en focalisation large. Il permet de passer du « grand angle » au « gros plan » et réciproquement.

Il permet de passer sans effort d'une pensée linéaire à une « pensée irradiante » (Tony Buzan). Il correspond à ce que l'on sait actuellement du fonctionnement du cerveau qui n'est certes pas linéaire. Il suffit pour s'en convaincre d'observer la structure des neurones en enchevêtrements complexes et en interconnexions.

Toute notre tradition pédagogique accorde une place prépondérante à l'hémisphère gauche. « Le cerveau a deux hémisphères, mais trop souvent le système éducatif fonctionne comme s'il n'en avait qu'un seul.* » Plus nos deux hémisphères cérébraux travaillent en collaboration, plus nous pouvons exercer une activité intellectuelle efficace, créative et épanouissante. Plus l'enseignant utilisera des stratégies qui sollicitent les deux hémisphères, plus il révélera à ses élèves des ressources qu'ils ne soupçonnaient pas et plus il fera naître l'intérêt chez les élèves qui s'étaient résignés à n'être pas doués.

L'utilisation des schémas heuristiques va dans le sens d'une meilleure mobilisation de toutes les potentialités cérébrales.

B — Une méthodologie transversale

Outre l'activité de compréhension et de réflexion sur laquelle j'insiste dans cet ouvrage, le schéma heuristique peut être utilisé comme un excellent outil de mémorisation. Beaucoup d'élèves expriment que ces globalités leur reviennent en mémoire en situation de devoir et que les théorèmes, propriétés, lois sont alors spontanément disponibles. Certains les revoient très précisément dans leur tête (**Paramètre 2 visuel**) d'autres, même s'ils ne les revoient pas mentalement très précisément, décrivent un ressenti visuel global et disent : « Je sais où est la propriété sur ma feuille (**Paramètre 1 visuel global**) et je peux alors la réciter » (**Paramètre 2 auditif ou verbal**).

C'est aussi un extraordinaire outil de recherche d'idées pour un sujet de français ou une interrogation d'histoire, ainsi qu'une technique efficace à expérimenter pour une prise de notes originale.

* Linda Williams, *Deux cerveaux pour apprendre*, Éditions d'Organisation, Paris, 1986.

Finalités communiquées aux élèves

Permettre à chacun de se créer une culture mathématique souple et organisée, facilement accessible et découvrir un outil utilisable dans toutes les matières.

*Objectifs
pédagogiques*

- Réactiver des connaissances.
- Passer du particulier au général.
- Passer de l'analyse à la synthèse.
- Montrer la cohérence des apprentissages mathématiques.

DESCRIPTION DE LA SÉQUENCE**1 Première phase**

• Projeter un schéma heuristique au rétroprojecteur (par exemple : le programme annuel) et demander aux élèves d'exprimer leur ressenti face

à la forme du document : j'aime, je n'aime pas, je n'y comprends rien...

• Choisir un thème mathématique et construire un schéma avec toute la classe en faisant participer au maximum les élèves dans la prise de décision du positionnement des éléments (renouveler plusieurs fois l'expérience).

• Proposer de le recopier, de le personnaliser ou de le refaire à son idée pour une meilleure appropriation.

2 Deuxième phase

• L'enseignant doit justifier son choix de l'outil heuristique en expliquant à ses élèves en quoi il est intéressant pour l'activité intellectuelle.

• Il faut moins d'un trimestre d'expérimentation pour arriver à des productions remarquables. Certains élèves particulièrement adroits en traitement de texte s'y feront plaisir. D'autres resteront de toute façon réticents comme ils le seront dès qu'on leur demandera un travail personnel qui les oblige à réfléchir. Il est parfois possible de les

motiver en leur demandant d'expérimenter la technique sur un sujet qui les passionne (sportif ou musical par exemple). Cela peut alors devenir objet de communication à la classe et sujet d'exposé. Plus l'élève est personnellement impliqué dans ce travail, plus il y découvre de l'intérêt.

On peut aussi montrer l'intérêt de ces schémas dans d'autres matières pour développer des idées, apprendre une longue leçon d'histoire ou de géographie, etc.

3 Troisième phase

• Demander ensuite une réalisation personnelle sur un sujet imposé. Contrôler et évaluer les productions (forme et fond).

• Susciter la création de fiches complètement personnelles sur des sujets mathématiques choisis par l'élève lui-même.

• Valoriser toutes les initiatives prises en ce sens.

4 Quatrième phase

• Permettre à l'élève de présenter sa production à la classe (au rétroprojecteur par exemple) en lui demandant d'expliquer ses choix de catégories, de positionnement, ainsi que les découvertes qu'il a pu y faire, ce que la fiche lui a apporté.

• Instaurer l'habitude d'un dialogue entre l'élève et le groupe.

• Proposer aux élèves intéressés par le schéma d'en faire une photocopie.

Les fiches suivantes s'inscrivent dans une progression annuelle. La première décrit cette progression, la deuxième donne la structure générale d'une séance et la troisième en est un exemple. Si l'adulte manifeste des réticences face à ces sché-

mas heuristiques, pourquoi en serait-il autrement pour des élèves en classe? Là encore il ne faut pas vouloir convaincre, il faut permettre d'expérimenter et d'acquérir la technique de ces schémas. Pour cela, il faut respecter plusieurs étapes.

Objectifs méthodologiques

- Enrichir ses évocations sur les concepts mathématiques.
- Faire du remue-méninges.
- Créer de nouveaux liens logiques.
- Travailler avec tout son cerveau.

COMMENTAIRES

Présentation et réalisation

1

Présentation d'un modèle construit par l'enseignant

Il est souhaitable que ce modèle soit en contact avec le contenu du programme annuel.

Réalisation collective à partir des efforts de tous les élèves. La production collective doit toujours être précédée d'un temps de recherche individuelle pour mobiliser les acquis.

Justification du choix

2

J'ai personnellement pris l'habitude de donner quelques courtes explications sur le fonctionnement du cerveau.

Faire des mathématiques c'est utiliser tout son cerveau : l'hémisphère gauche et l'hémisphère droit. Je leur montre l'inscription de cette démarche dans un objectif à long terme de création, pour les futurs lycéens qu'ils sont, d'une culture mathématique souple et bien organisée donc facilement mobilisable.

Ces quelques explications sont importantes, mais plus importants encore sont les échanges sur le ressenti des élèves en cours d'activité et face à leur réalisation. C'est dans l'action que les élèves peuvent prendre conscience de tout ce que cela leur apporte. Exprimer leur découvertes personnelles, c'est aussi en permettre l'ancrage et se mettre en projet de les transférer à d'autres situations.

Travail d'expérimentation personnelle

3

Les élèves ont besoin d'y être poussés. Il faut vaincre leurs réticences naturelles. Même s'ils ne sont pas satisfaits de leur réalisation, leur activité

mentale en aura été enrichie : c'est le but de ce travail.

Mise en projet de communication

4

Plus les élèves inscriront leur recherche heuristique dans une dynamique de groupe avec création d'une banque de schémas mis à disposition pour la classe sous forme de photocopies, plus grande sera leur créativité et leur motivation.

Les élèves peu satisfaits de leur réalisation personnelle seront heureux de cet échange. Cette mise en projet de communication peut aller jusqu'à la création par la classe d'un dossier collectif à présenter à d'autres classes et à déposer au CDI du collège.

Finalités communiquées aux élèves

Faire le point sur tout ce que les élèves savent sur un sujet donné. C'est une activité de révision, de réorganisation des connaissances, une occasion de synthèse.

Objectifs
pédagogiques

- Réactiver des connaissances.
- Passer de l'analyse à la synthèse.

DESCRIPTION DE LA SÉQUENCE**1 Première phase**

• Les élèves sont mis en projet de faire revenir tout ce qu'ils savent sur « x^2 » : le cours, les exercices, les erreurs déjà faites ou à ne pas faire, etc. tout en observant comment cela se passe dans leur tête.

• Chacun exprime rapidement ce qu'il a vu mentalement, ce qu'il s'est dit dans sa tête, ce qu'il a ressenti, etc. (le cahier, le tableau, la loi, l'exemple, la formule...).

2 Deuxième phase

• Le professeur note au tableau tout ce qui est dit.
– Au début, en schéma heuristique comme modèle que les élèves auront à recopier ou dont ils pourront s'inspirer pour créer leur propre schéma.

– Plus tard dans l'année, l'enseignant peut tout écrire «en vrac» et demander aux élèves d'organiser les idées en schéma spatial (cela peut faire l'objet d'un travail de groupe).

• Le professeur fait exprimer la classe sur le ressenti face au schéma réalisé au tableau, sur la différence entre ce que chacun avait écrit et la réali-

• Quand les élèves sont bien habitués à ce fonctionnement, l'enseignant n'a plus besoin d'écrire au tableau, si ce n'est à la demande. Les élèves prennent note directement sur leur cahier.

sation collective. Il encourage chaque élève à évaluer l'écart entre les deux et met en projet de combler les manques.

3 Troisième phase

• À partir de cette prise de notes, les élèves devront réaliser leur propre schéma heuristique, choisissant la forme qu'ils souhaitent, y ajoutant des couleurs, des symboles ou des dessins et l'apprendre soigneusement.

• Ce travail peut faire l'objet d'une interrogation en heuristique. Il faut alors prévoir une grille

d'évaluation tenant compte du contenu, de la mise en évidence de liens réfléchis et de l'esthétique (par exemple : 10, 5, 5)

Toutes ces fiches de synthèse seront soigneusement «rangées dans un dossier mathématique» et mises à disposition pour tout le collège et même le lycée.

L'enseignant doit annoncer clairement son objectif à ses élèves. Cette activité se justifie par la constatation faite par les élèves eux-mêmes : il y a des choses qu'ils ont tendance à oublier. Ils se souviennent bien des éléments très souvent utilisés en exercice et occultent complètement ceux qu'ils n'ont que très peu utilisés. Il est donc important de les réactiver car, même si ces informations ne leur sont pas immédiatement utiles, elles devront être vues dans les classes suivantes au collège et au lycée.

Objectifs méthodologiques

- Enrichir ses évocations sur les concepts mathématiques.
- Créer de nouveaux liens logiques.

COMMENTAIRES

Mise en projet d'évocation

1

pour rendre chacun présent et actif

Chacun note ses idées et doit se sentir très libre, ne pas avoir peur d'écrire des erreurs.

Engager un dialogue pédagogique

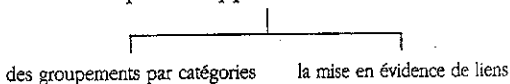
À partir de ce dialogue, chacun tente d'enrichir ses évocations et note les autres idées qui lui sont venues.

Mise en commun et prise de notes

2

Chaque élève doit se retrouver dans le schéma fait par l'enseignant pour placer sa découverte personnelle au sein de la production collective.

Le schéma spatial suppose



Chaque élève recopie rapidement le schéma heuristique sur son cahier (ce n'est qu'un brouillon qu'il devra refaire à la maison). Il met en évidence ce qu'il avait personnellement trouvé (surlignage)

pour, par le fait même, repérer ce qu'il n'avait plus en mémoire et apprécier le chemin qui lui reste à parcourir.

Projet de mémorisation

3

Il s'agit là d'une mise en projet d'élaboration de transformation, de mémorisation du schéma à court et à long terme et de transfert à d'autres situations de synthèse.

Finalités communiquées aux élèves
Réaliser une fiche sur la médiatrice d'un segment et en apprendre le contenu.
Ce travail est à réaliser en début d'année scolaire.

Les fiches 2 et 3 sont construites pour des 4^e. Elle peuvent être très facilement transposées en 5^e.

*Objectifs
pédagogiques*

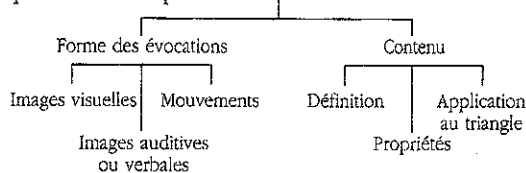
- Réactiver, réorganiser des connaissances.
- Acquérir une culture commune.
- Mobiliser des acquis antérieurs dans une perspective élargie.
- Faire surgir des acquis erronés.
- Ouvrir une remédiation.

DÉROULEMENT DE LA SÉQUENCE

1 Première phase

- Faire écrire à chaque élève sur son cahier tout ce qu'il sait sur la médiatrice d'un segment : mots ou dessins.

- Le professeur fait exprimer les élèves sur ce qu'ils ont évoqué :



Il note au tableau un «squelette» de schéma centré à trois branches sur lequel il écrit des indices au fur et à mesure des apports des élèves (sans tout écrire).

La disposition ainsi choisie en «schéma heuristique» permet de voir, en un seul coup d'oeil, tout sur un sujet sans qu'il y ait de priorité d'un élément par rapport à un autre. Elle est un instrument d'enrichissement de l'activité mentale et correspond à une nécessité dans l'apprentissage des mathématiques : l'acquisition de la synthèse.

- Les élèves prennent note des éléments qui leur manquaient. L'enseignant fait appel à leur imagination en leur demandant comment ils verraient

leur schéma personnel; y voudraient-ils plus ou moins de dessins? plus ou moins de mots?

- Chaque élève réalise une fiche à partir de sa prise de notes ou complète sur la trame au schéma de la page 114 et distribué par le profes-

seur.
Sur cette fiche, chaque élève fera apparaître ses découvertes personnelles pour mettre en évidence

- Le professeur fait exprimer l'écart entre les évocations spontanément exprimées lors de la première séquence «Médiatrice» et la richesse des évocations possibles et dirigées par le groupe.

Il insiste sur le fait que chaque fois qu'il sera dit ou écrit : «médiatrice», c'est la totalité de la fiche qui devra être présente mentalement dans la tête de chaque élève.

LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT 5^e/4^e

POUR UNE CULTURE MATHÉMATIQUE SOUPLE ET ORGANISÉE

1
FICHE
D'ACTIVITÉ

Il s'agit ici de mettre toutes les découvertes précédentes au service de l'apprentissage des mathématiques. On invite à jouer avec ses évocations pour être plus à l'aise.

Une activité de synthèse permet de faire le point à un moment donné pour que chacun enrichisse ses acquis et sa compréhension au contact des acquis et de la compréhension des autres.

**Objectifs
methodologiques**

- Enrichir ses évocations.
- Faire des liens logiques.
- Travailler l'imaginaire d'avenir.

COMMENTAIRES

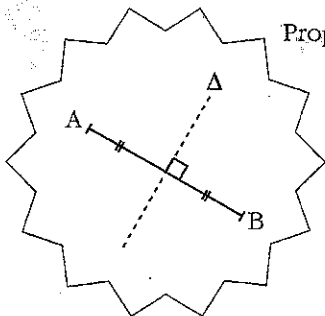
Établir une fiche sur la médiatrice

Recherche individuelle (5 minutes)

Mise en commun

Définitions

Propriétés



Triangles

Prise de notes

Chacun peut replacer ses découvertes personnelles dans la production collective.

Il prend conscience du chemin à parcourir pour améliorer sa culture mathématique.

Réorganisation

Ce temps de réalisation personnelle est un temps d'appropriation d'un vécu de classe.

C'est l'occasion d'une réorganisation et d'un réajustement de ses connaissances.

Évocation de l'enrichissement mental

C'est le moment de la prise de conscience du gain de compétence et de l'anticipation des utilisations possibles de cet enrichissement mental.

Plus la «bibliothèque mentale» sera fournie et organisée, plus la réflexion sera aisée.

2 Deuxième phase

- Interroger :
«Comment allez-vous apprendre cette fiche?»
Mener un dialogue pédagogique pour faire dire aux élèves comment ils vont apprendre cette fiche. Il est intéressant de mettre en évidence des stratégies différentes pour apprendre une définition.

- Faire exprimer les élèves qui disent toujours avoir du mal à apprendre des définitions. Il faut systématiquement les questionner :
«Comment t'y prends-tu pour apprendre une définition?»

3 Troisième phase

- Faire une synthèse des diverses façons d'apprendre.

- Après un temps de silence, faire dire par ceux qui le souhaitent ce qu'ils ont découvert d'important, ce qu'ils vont retenir.

Il s'agit de retenir le contenu de la fiche pour le retrouver :

- au cours suivant,
- en interrogation,
- en devoir, etc.

Dialogue pédagogique

2

L'objectif de ce dialogue est de mettre les élèves dans un imaginaire de mémorisation pour prolonger leur compréhension. Ils risquent en effet d'en rester à la croyance : j'ai compris, donc je sais ! Ce dialogue vise l'élargissement du projet de mémorisation tant dans la fin que dans les moyens.

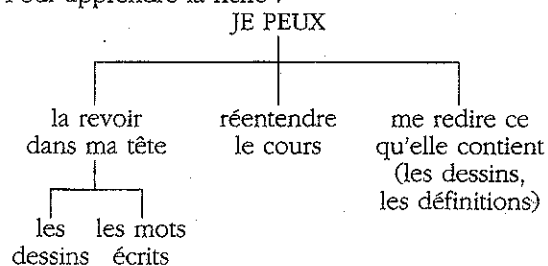
11
PREMIÈRE
DAGHIB

Ces élèves répondent inmanquablement : « Je me la répète ! » Il convient alors de proposer par exemple, des évocations visuelles de dessin (en couleurs, en mouvement...) sur lesquelles petit à petit l'élève peut mettre d'abord ses propres mots (évocation première personne), puis les mots de la définition ensuite (évocation troisième personne).

Synthèse

3

Pour apprendre la fiche :



Évocation de toute la séquence

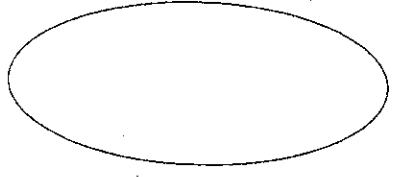
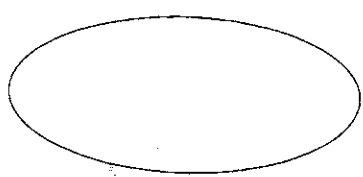
C'est un temps d'ancrage des échanges précédents et d'appropriation par chacun d'une piste à explorer dans un futur proche.

Mise en projet de mémorisation

Le « présent » d'un cours a besoin d'être projeté dans un futur de réutilisation de son contenu pour être gardé en mémoire. Il ne peut être dynamisé

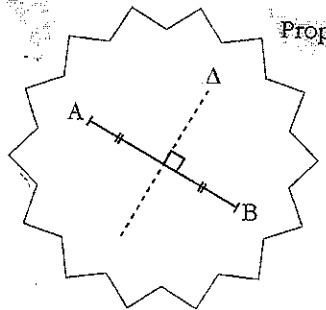
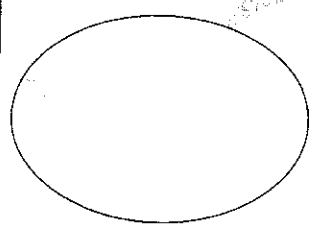
que dans cette perspective d'un « ailleurs » et d'un « plus tard » (même proches).

LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT



Définitions

Propriétés



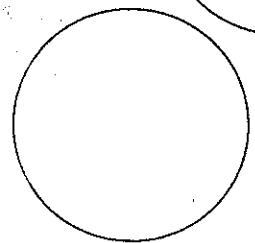
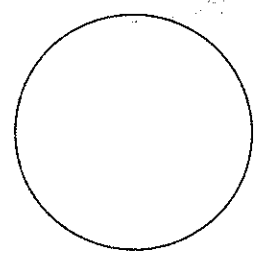
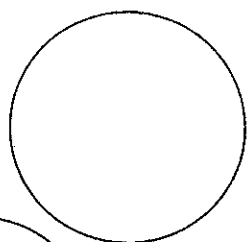
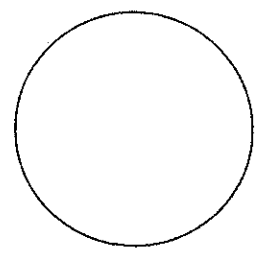
Triangles

Scalène

Rectangle

Isocèle

Équilatéral



L'intersection des 3 médiatrices est ...

Fiche à compléter

LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

La médiatrice de $[AB]$ est la perpendiculaire à (AB) qui passe par le milieu de $[AB]$

Si un point est sur la médiatrice d'un segment, **alors** il est équidistant des 2 extrémités du segment.

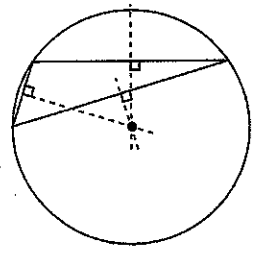
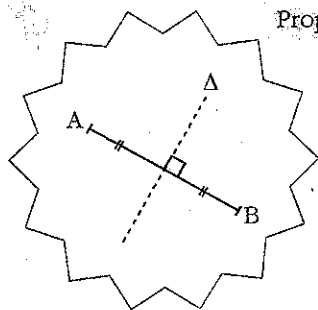
Définitions

Propriétés

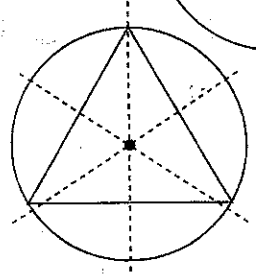
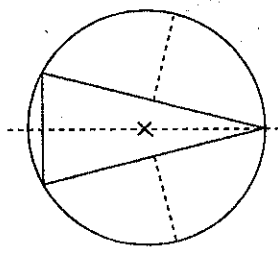
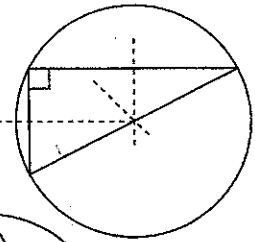
La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des 2 extrémités de ce segment.

Si un point est équidistant des 2 extrémités d'un segment, **alors** il est sur la médiatrice de ce segment.

Axe de symétrie du segment.



Triangles
Scalène Rectangle
Isocèle Équilatéral



L'intersection des 3 médiatrices est le centre du cercle circonscrit.

Exemple de fiche complétée

Conclusion

La pédagogie de la Gestion mentale est on ne peut plus actuelle.

Les nouveaux programmes officiels du collège demandent de « privilégier l'activité de l'élève (...). Elle seule permet, par exemple, l'appropriation du raisonnement ».

La Gestion mentale nous propose d'aller plus loin puisqu'elle permet à l'élève de prendre conscience de cette activité et de la gérer consciemment de l'intérieur. Elle fait découvrir à l'élève **les moyens de cette appropriation**, elle explicite les gestes mentaux de l'apprentissage mathématique. Les professeurs qui l'appliquent dans leur classe remarquent après environ un trimestre un changement de comportement des élèves. Ceux-ci prennent conscience qu'ils peuvent changer le cours des choses, même quand ils semblaient avoir perdu tout espoir de comprendre les mathématiques. Ils sortent peu à peu de cette croyance que la compréhension leur est apportée par le professeur. Non, la compréhension vient de l'intérieur, elle est le fruit de **leur** activité mentale d'élève. La non-réussite n'est pas une fatalité indépendante de soi. La réussite n'est pas le fruit du hasard, elle est le résultat d'une activité mentale observable et descriptible.

Les programmes officiels de septembre 1996 ont cru bon d'insister encore (par rapport au projet de mars 1995) sur le rôle de l'élève. Ils ajoutent : « La régularité d'un travail extérieur à la classe est importante pour les apprentissages. En outre, la correction individuelle du travail d'un élève est une façon de reconnaître la qualité de ce travail et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser ». Convaincre les élèves de l'importance de la régularité d'un travail à l'extérieur est très difficile, tous les enseignants le constatent. Le discours de persuasion ne suffit pas. Alors comment faire ?

Dire aux jeunes qu'ils sont responsables de leur apprentissage ne sert à rien si on ne leur montre pas les **moyens** d'exercer cette responsabilité et si on ne leur donne pas des **outils** pertinents pour l'exercer. Apprenons aux élèves de 5^e et 4^e « comment apprendre un théorème » et nous pourrons exiger que les leçons soient suées. Donnons-leur l'habitude de s'interroger sur le « pourquoi mental de leurs erreurs » pour déloger celles-ci et nous pouvons espérer qu'ils se sentent de plus en plus impliqués dans leur expérience scolaire quotidienne.

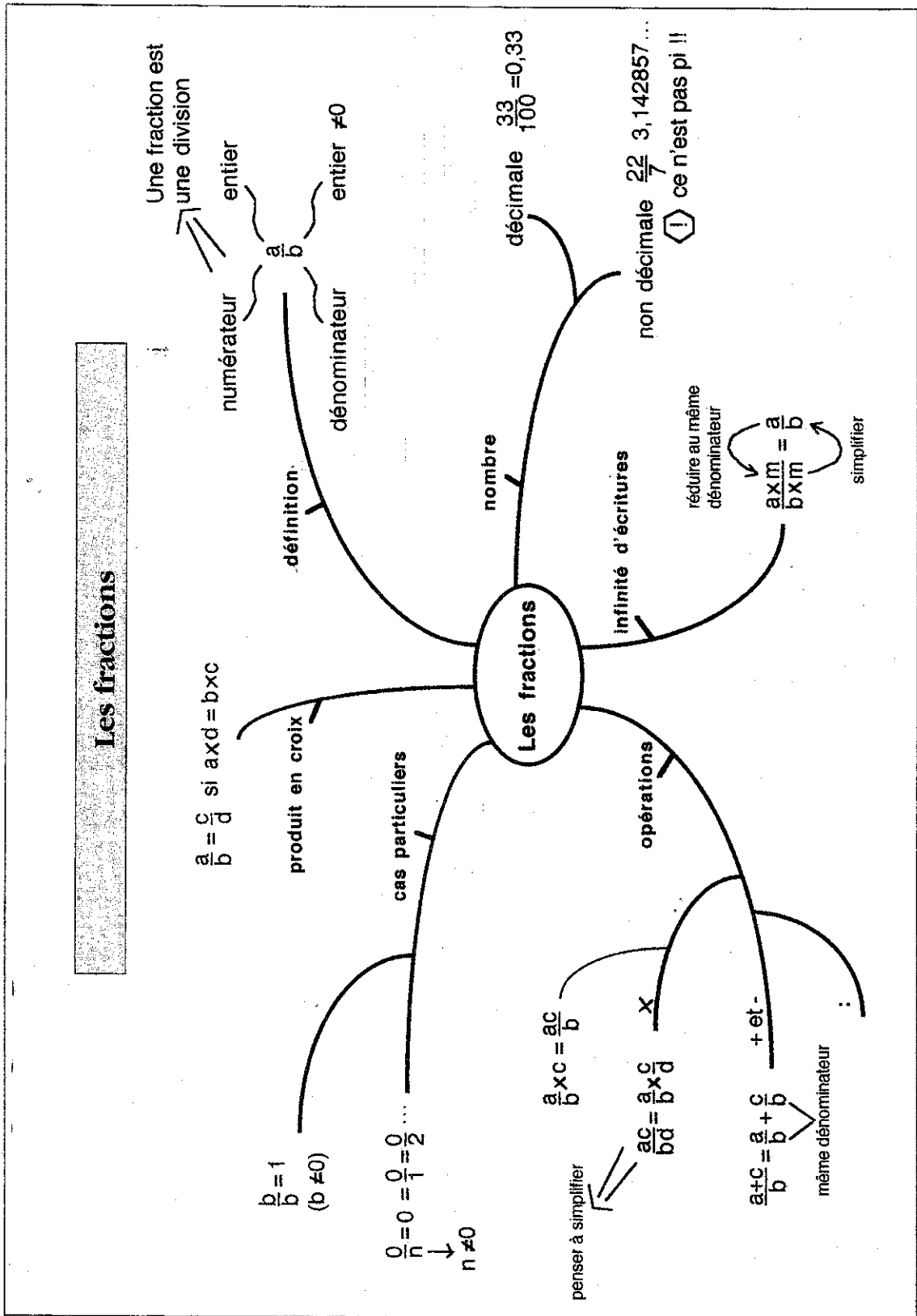
« La correction individuelle du travail d'un élève » est essentielle certes. On peut aller plus loin avec le dialogue pédagogique pour mener un travail de remédiation durable et transférable à d'autres situations, ce qui est assurément la condition de progrès. Les élèves avancent ainsi, exercice après exercice, vers une plus grande connaissance d'eux-mêmes et de leur « comment faire » mental.

En manifestant son intérêt pour les découvertes mentales de ses élèves, sans jamais porter de jugement sur ce qui est dit, l'enseignant les rassure et les aide à prendre confiance en eux. Ils découvrent ainsi les moyens de leur réussite scolaire.

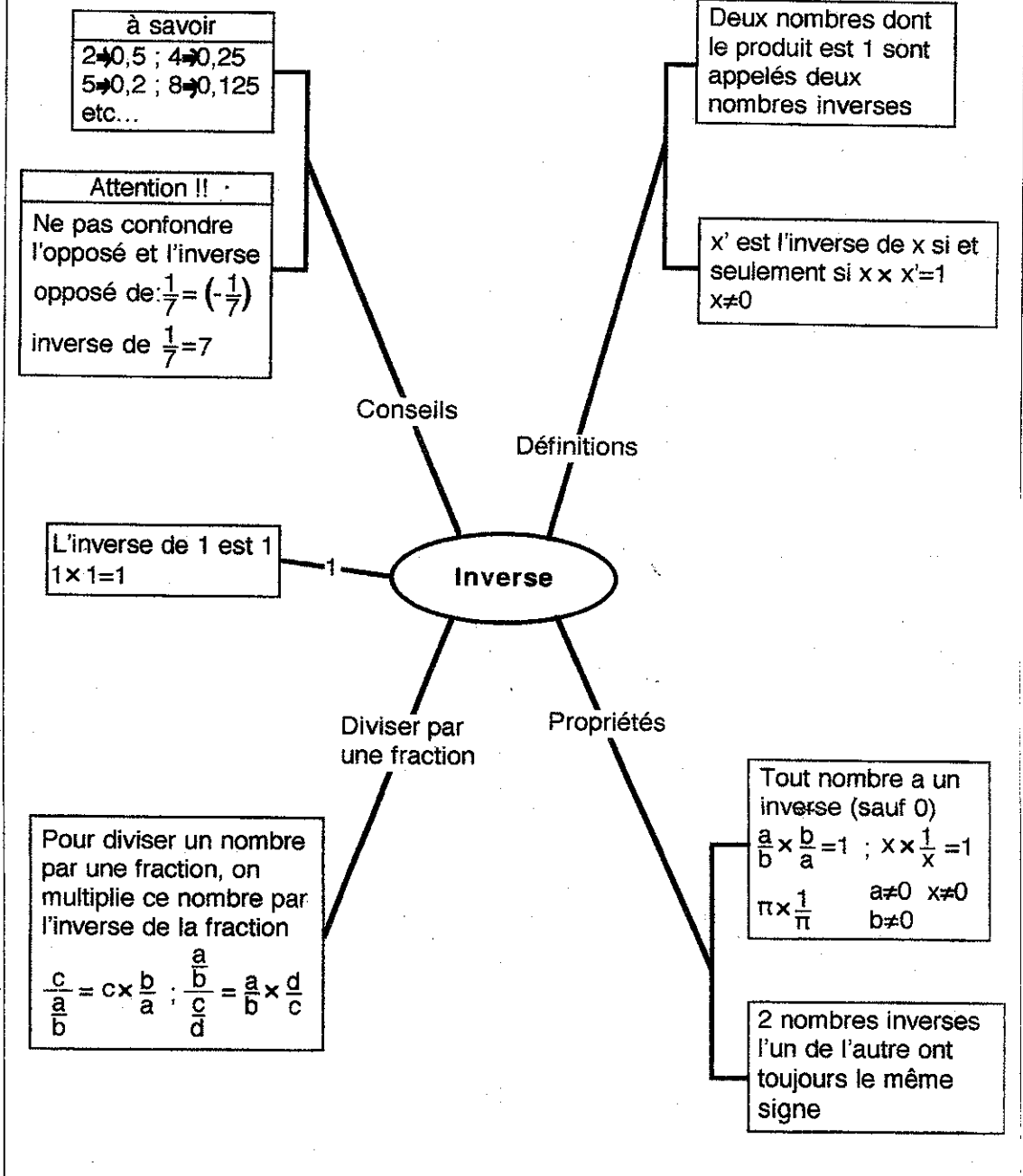
La Gestion mentale offre à l'enseignant les moyens de sa réussite pédagogique, mais c'est une approche exigeante. La connaissance des processus évocatifs demande du temps et beaucoup de recherches personnelles. La maîtrise du dialogue pédagogique passe par une bonne connaissance de la théorie et un apprentissage approfondi de ce questionnement spécifique.

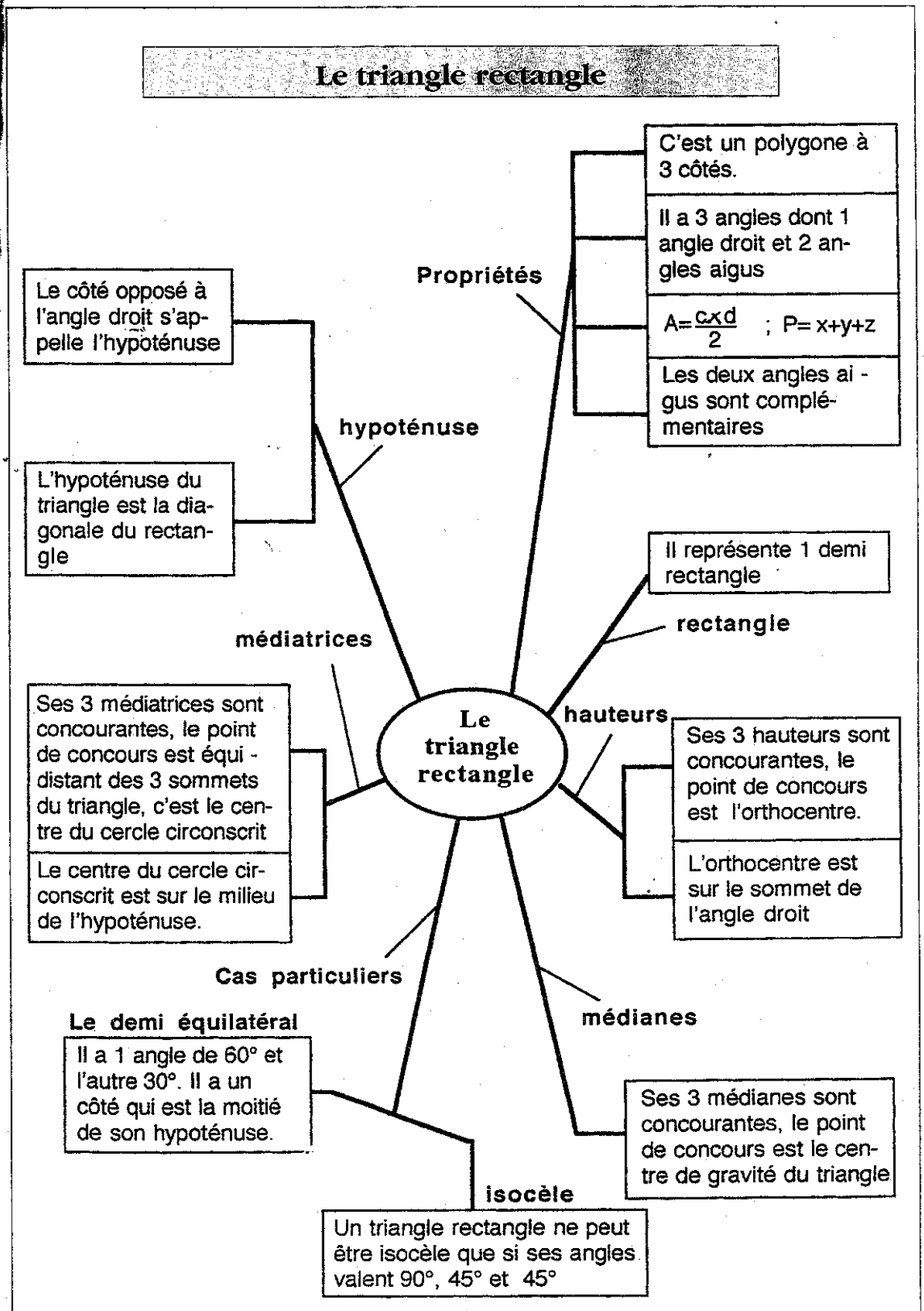
Cet ouvrage ne remplace pas une formation. Il est **un** outil de formation en proposant à des enseignants, qui ont parfois du mal à passer de la théorie à la pratique, des exemples d'application de la Gestion mentale dans le cours de mathématiques. Il n'expose pas tous les possibles, loin s'en faut ! Il se veut être le témoignage de l'extraordinaire apport de la Gestion mentale à la didactique des mathématiques.

Pourquoi la Gestion mentale ne serait-elle pas le pont, longtemps attendu, entre Pédagogie et Didactique ?

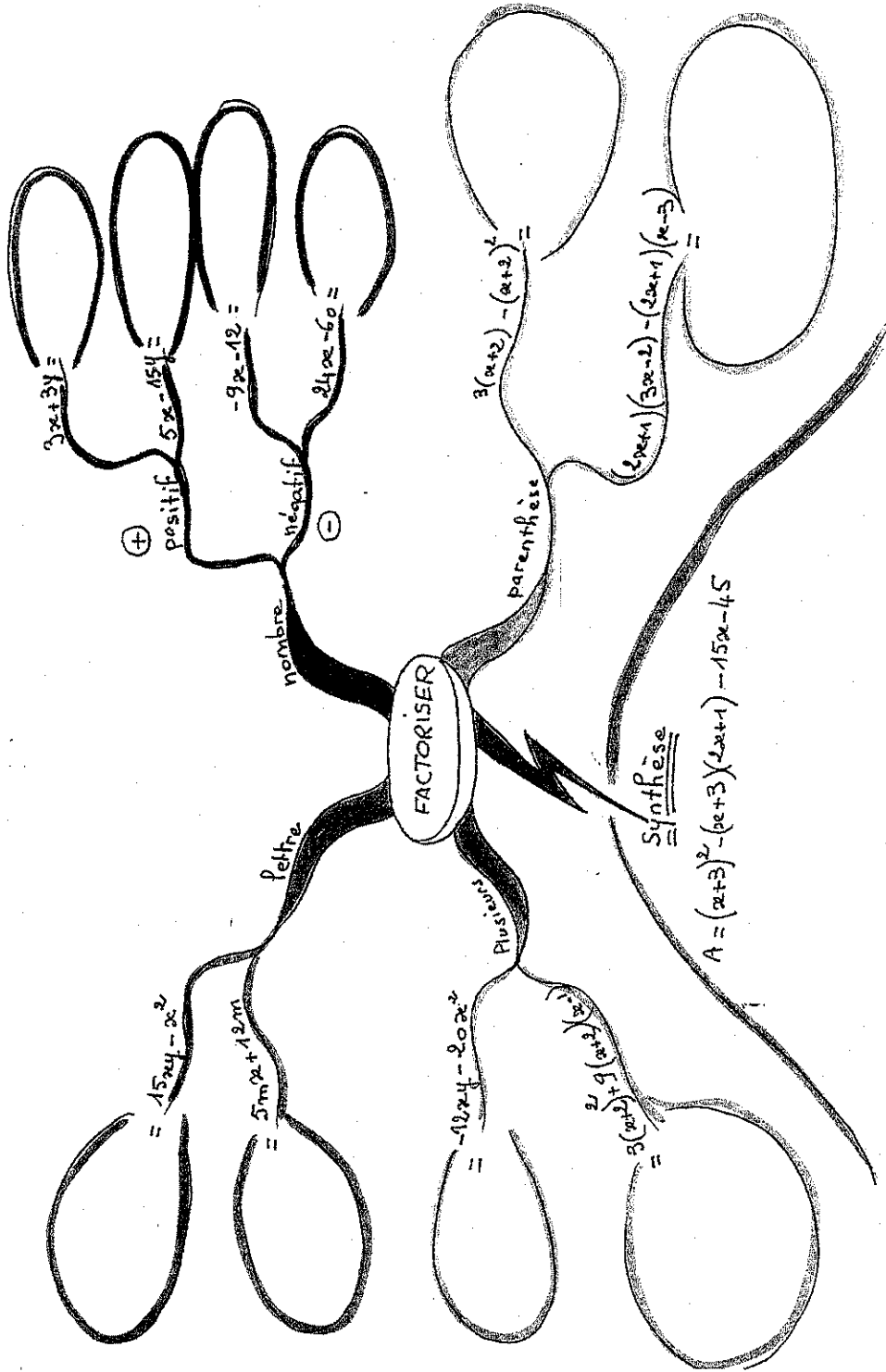


Nombres inverses

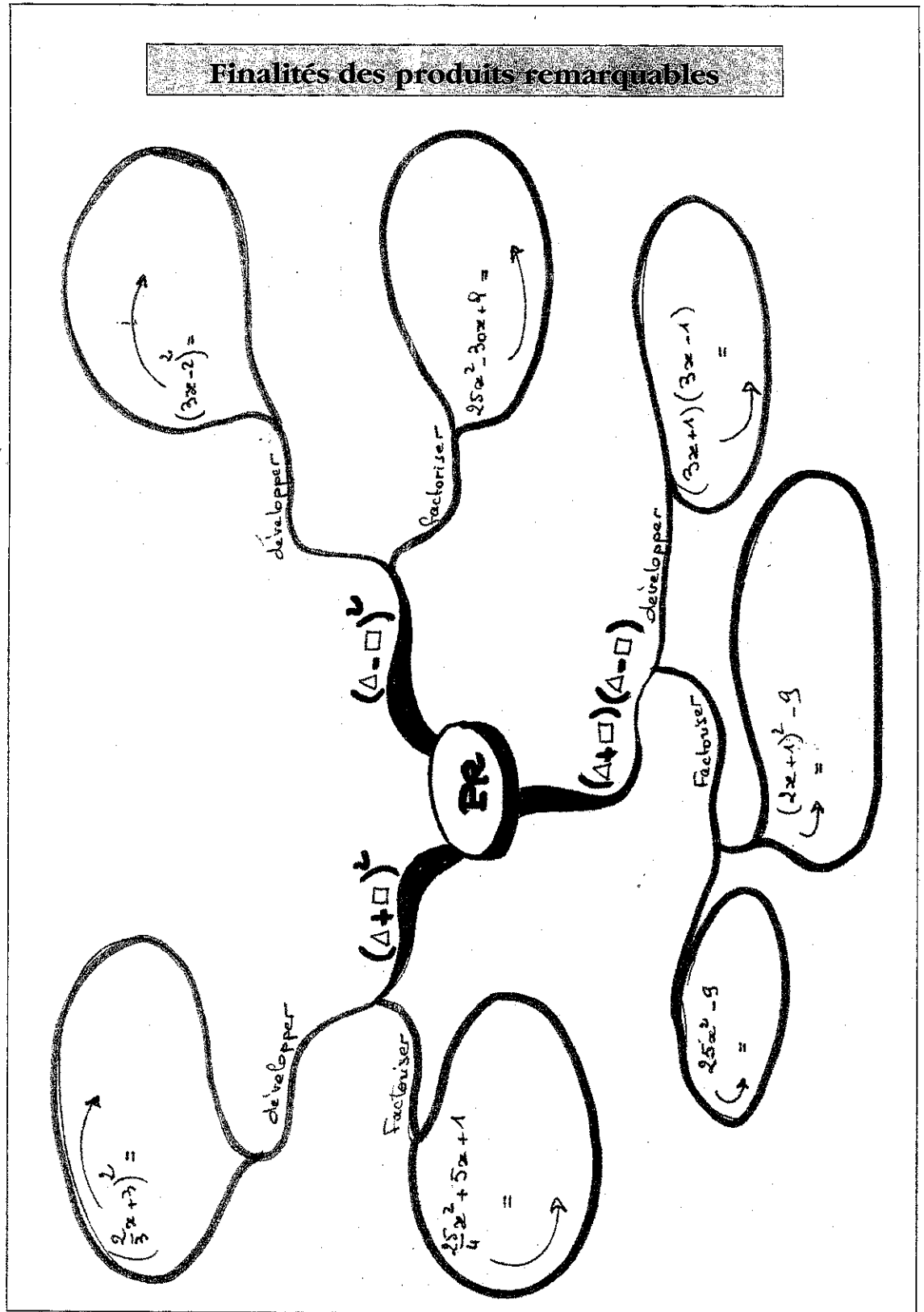


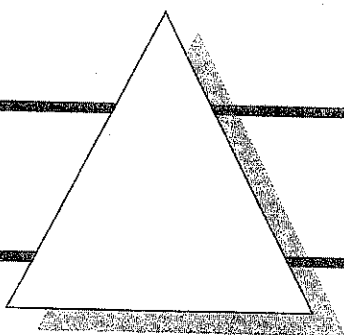


Factoriser



Finalités des produits remarquables





Lexique

Activité perceptive : est un geste mental ayant pour but la constitution en objet de connaissance d'une chose donnée à percevoir. C'est d'une confrontation entre les choses perçues et les évoqués produits que l'objet mental tirera sa validité.

Applicant : est dit applicant le sujet pour qui comprendre c'est avoir le projet de saisir le rapport entre une loi, une règle, une formule et la façon de s'y prendre pour les utiliser comme il faut. Ce sujet n'est qu'applicant s'il n'a pas aussi le projet de saisir le rapport entre cette loi, cette règle, cette formule et les raisons qui la fondent.

Attention : geste mental dont la structure de sens est déterminée par le projet d'évoquer (visuellement, auditivement et/ou verbalement) des choses perçues par la vue, l'ouïe, l'odorat, le goût et le toucher, de telle sorte qu'un objet mental soit ainsi constitué.

Auditive (évoation) : une évoation est auditive lorsqu'un sujet se redonne le perçu sous la forme de sons, de bruits, voix, paroles et discours. Par extension (abus de langage) Antoine de La Garanderie dit d'un sujet qu'il est « auditif », non parce qu'il ne regarderait pas, mais seulement parce qu'il a pris l'habitude d'évoquer auditivement les choses qu'il perçoit, que les choses soient perçues par la vue, par l'ouïe, par le goût, l'odorat ou le toucher. Le terme auditif désigne alors le sujet qui a développé des habitudes évocatives plutôt auditives.

Composant : On dit d'un sujet qu'il est composant quand, dans les rapports

qu'il entretient avec les choses et avec autrui, il a le projet, qui est devenu habituel, de saisir les points de ressemblance, ceux d'accord, qui justifient légitimement ce qu'il peut voir ou entendre (voir opposant).

Compréhension : geste mental dont la structure de sens est déterminée par le projet de comparer des évoqués visuels, auditifs, verbaux, soit entre eux, soit les uns avec les autres, dans le but de faire apparaître des rapports de sens, de similitude, de différence, de cause et d'effet, de moyen et de fin, de contenant à contenu.

Conseils méthodologiques personnalisés : proposition d'évoations, de stratégies, d'itinéraires mentaux dans le prolongement ou dans la complémentarité des habitudes mentales d'un sujet. Ces suggestions sont faites au cours d'un entretien ou d'un dialogue pédagogique, pour que l'intéressé en fasse l'essai mental afin d'élargir ses choix.

Déduction : démarche mentale qui va de la théorie à l'exemple, de la règle à l'application, du général vers le particulier.

Dialogue pédagogique : le dialogue pédagogique est le dialogue entre le sujet apprenant et un pédagogue. Il a pour objet les évoations de l'apprenant et ses procédures d'appropriation du savoir. En ce sens, seules les informations fournies par l'apprenant ou confirmées par lui sont acceptables. Il a pour but d'aider l'apprenant à avoir conscience de ses procédures, le plus souvent pour les rendre plus performantes : l'enquête sur les procédures utilisées permet au pédagogue de pro-

poser à l'apprenant des procédures utilisables, ces dernières étant fonction de la typologie des premières. Et les deux partenaires se chargent d'en vérifier la pertinence par des applications.

Évocation : geste mental par lequel on rend présent à sa conscience des acquis, c'est-à-dire du mémorisé, ou par lequel on exprime par des images, des mots, des reviviscences olfactives, gustatives, tactiles, kinesthésiques, ce qui est le fruit du contact perceptif. Les évocations peuvent être spontanées, c'est-à-dire engendrées involontairement par la perception, ou dirigées : le sujet choisit les évocations qu'il veut construire, et leur enchaînement les orientera vers une efficacité précise, un but recherché. D'autres encore sont dites vagabondes : le sujet les enchaîne selon des associations d'idées libres.

Expliquant : est dit expliquant le sujet pour qui comprendre, c'est avoir le projet de saisir le rapport entre une loi, une règle, une formule et les raisons qui les fondent et qui ont permis de les établir (voir appliquant).

Geste mental : les gestes mentaux sont des activités du cortex cérébral. Ils sont au nombre de cinq : l'attention, la mémorisation, la compréhension, la réflexion, l'imagination. Ils utilisent les évocations et s'articulent entre eux en des stratégies mentales différentes selon les individus.

Habitude mentale : chacun met en place très tôt des méthodes personnelles de traitement de l'information : des **évocations** qu'il fait spontanément et prioritairement, qui lui sont familières et coutumières; des **gestes mentaux**, des enchaînements privilégiés. Ces méthodes personnelles sont devenues des habitudes mentales. Mais il est toujours possible, à tout âge, d'acquérir de nouvelles méthodes.

Imagination créatrice : geste mental d'accueil et de provocation de l'inédit, de l'inattendu. La Gestion mentale distingue deux directions possibles données au regard porté sur les choses :

- ce qui est caché mais qui existe, pour les **découvreurs**,
- ce qui n'existe pas encore, pour les **inventeurs**.

Induction : démarche mentale qui va du particulier vers le général, de l'exemple à la règle, de l'exercice à la théorie.

Introspection : c'est une démarche d'observation intérieure. Le sujet observe ses procédures mentales dans l'accomplissement d'une tâche intellectuelle. Il rapporte aussi fidèlement que possible ses observations, soit pour lui-même, soit pour répondre aux questions d'un pédagogue ou d'un thérapeute en dialogue pédagogique.

Itinéraire mental : enchaînement des évoqués qui constitue une réponse mentale à un problème donné.

Mémorisation : geste mental d'anticipation par la pensée des occasions et conditions de réutilisation de ce que l'on est en train d'apprendre. Mémoriser c'est lancer dans un imaginaire d'avenir ce que l'on veut y retrouver.

Opération mentale : toute opération mentale est un geste mental qui a un déroulement qu'on peut décrire. Conceptualiser, juger, raisonner sont le fruit d'opérations mentales, donc de gestes mentaux dont on aura l'intelligence si l'on prend soin d'en décrire le déroulement du début à la fin.

Opposant : on dit d'un sujet qu'il est opposant quand, dans les rapports qu'il entretient avec les choses et avec autrui, il a le projet, qui lui est devenu habituel, de saisir les points de différences, de désaccord, qui font ressortir l'injustifiable, l'illégitimité de ce qu'il peut voir ou entendre. Si ce projet est exclusif, le projet de sentir les points de ressemblances et d'accord ne sera pas pris en compte et ces points seront méconnus par le sujet (voir composant).

Opposant et composant : être à la fois opposant et composant est possible pour tout sujet. C'est là une question de contraction d'habitudes évocatives, c'est-à-dire de Gestion mentale.

Paramètre : terme qui désigne des variations de qualité des évoqués. Non seulement les évoqués varient dans leur contenu, visuel, auditif ou verbal, mais aussi dans leur forme, concrète, abstraite, symbolique.

On distingue : des évocations concrètes de personnes, gestes, scènes (P1) ; des

évoqueries de codes, de mots, de chiffres, de schémas simples (P2) ; des évoqueries de liens logiques : analogies, appartenance, sériation spatio-temporelle (P3) ; des évoqueries de liens originaux (P4). Ces liens logiques ou originaux peuvent se déployer sur des évoqueries concrètes (P1) aussi bien que sur des évoqueries de codes (P2).

Perception : un sujet prend connaissance de son environnement par ses cinq sens. La perception est la transcription immédiate faite par le cerveau des données fournies par les organes des sens en présence de l'objet perçu.

Profil pédagogique : enquêtes conduites auprès des personnes qui veulent connaître leurs habitudes évocatives, autant pour identifier les contenus évoqués (principalement visuels, verbaux ou auditifs) que les structures de sens données à ces évoqués par les projets qui en sont l'origine, dont l'analyse de l'acte de compréhension, notamment, permet de faire l'inventaire.

Projet mental : à l'origine du geste mental, il faut mettre le projet, c'est-à-dire le pouvoir d'anticiper le déroulement du geste et du but qu'il vise à atteindre. Pour que le projet ait toute l'efficacité voulue, il faut qu'il prenne en compte et le but et les moyens. C'est une programmation ou anticipation, c'est une direction donnée par le sujet à son activité mentale, soit par habitude, il est alors automatique, soit intentionnellement, il est alors conscient.

Projet de sens : anticipation pour qu'un geste mental puisse procurer le jaillissement du sens, c'est-à-dire la saisie d'un rapport de ressemblance, de différence, de causalité, etc.

Réflexion : geste mental dont la structure de sens est déterminée par le projet de faire retour sur des acquis pour les confronter à un problème, à une question, dans le but d'en comprendre le sens, c'est-à-dire de faire apparaître entre les acquis évoqués et le problème ou la question des rapports de similitude, de différence, etc.

Structure de projet de sens : ce sont les formes d'anticipation qui doivent commander les gestes mentaux de l'activité cognitive, c'est-à-dire de l'attention, de la mémorisation, de la compréhension, de la réflexion et de l'imagination. C'est en effet par ces différentes formes d'activité que le sens peut être saisi ; en dehors de ces formes d'activité, il n'y a pas de saisie de sens possible.

Verbale (évoquery) : discours intérieur que le sujet se tient à lui-même. Ce discours peut prendre les propos d'autrui, plus ou moins fidèlement, mais la voix est celle du sujet qui évoquery. Ce discours intérieur peut aussi être original, fabriqué par le sujet au fur et à mesure que sa pensée se déroule. Ce discours peut décrire ce que le sujet voit, a vu, a entendu, commenté, construire un argumentaire, inventer des histoires, etc.

Par extension (abus de langage) Antoine de La Garanderie dit d'un sujet qu'il est « verbal », non parce qu'il n'utiliserait que les paroles qu'il entendrait dire, mais seulement parce qu'il a pris l'habitude d'évoquery les choses qu'il perçoit en se les parlant.

Le terme « verbal » désigne alors le sujet qui a développé des habitudes évocatives plutôt verbales.

Visuelle (évoquery visuelle) : une évoquery est visuelle lorsque le sujet se redonne le perçu sous forme d'images, de mots écrits, de schémas ou autre figuration créative.

Par extension (abus de langage) Antoine de La Garanderie dit d'un sujet qu'il est « visuel » non parce qu'il n'écouterait pas, non pas parce qu'il aurait une forme d'hérédité qui le porterait à n'utiliser que ce qu'il pourrait apprendre par la vue, mais seulement parce qu'il a pris l'habitude d'évoquery visuellement les choses qu'il perçoit, que ces choses soient perçues par la vue, par l'ouïe, par le goût, l'odorat ou le toucher.

Le terme « visuel » désigne alors le sujet qui a développé des habitudes évocatives plutôt visuelles.

TABLE DES MATIÈRES

Les fiches sont présentées en doubles pages. Le descriptif technique du déroulement de la séquence est mis en parallèle avec les commentaires sur les éléments de la gestion mentale qui ont présidé à son élaboration

Introduction

4

1

POUR UNE MÉTHODOLOGIE DU TRAVAIL INTELLECTUEL

Les trois temps de la pratique pédagogique (avec exercice pour le lecteur)	11
Repérage des blocages possibles dans l'activité intellectuelle	14
Objectifs prioritaires en 5 ^e et 4 ^e	17
Fiches pratiques	
■ Découverte des évocations sur un mot concret	22
■ Enrichissement des évocations : la médiatrice d'un segment	28
■ Enrichissement des évocations : le nombre	32

2

LES STRATÉGIES MENTALES DE LA COMPRÉHENSION

L'itinéraire mental de la compréhension (avec exercice pour le lecteur)	37
Le cadre de la compréhension espace-temps	38
Appliquer et expliquer : deux projets mentaux	42
Fiches pratiques	
■ Le signe moins «-»	44
■ Mise en équation d'un problème	52
■ Fiche de suivi mathématique	56

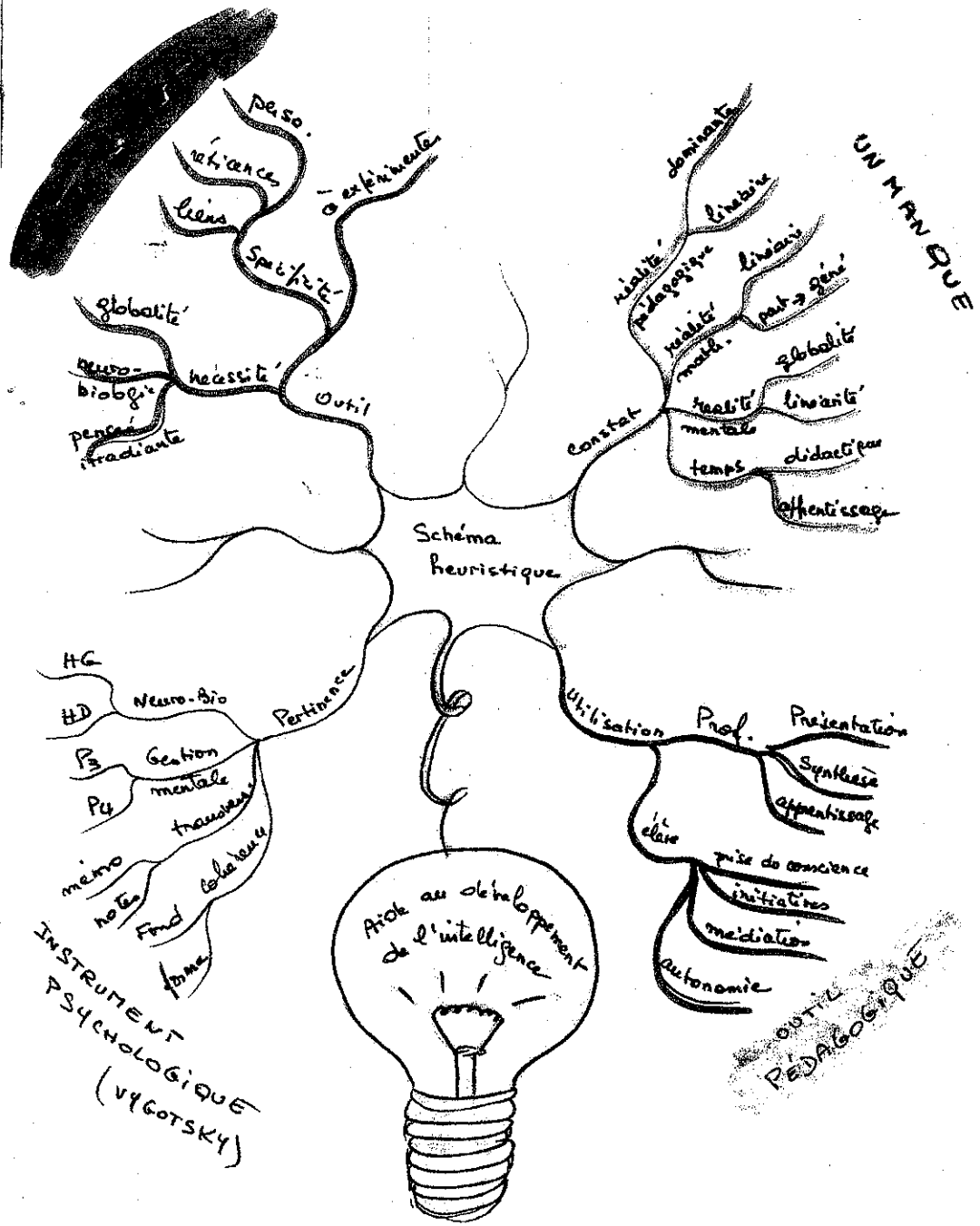
3**LA DÉMONSTRATION : apprentissage
du raisonnement déductif**

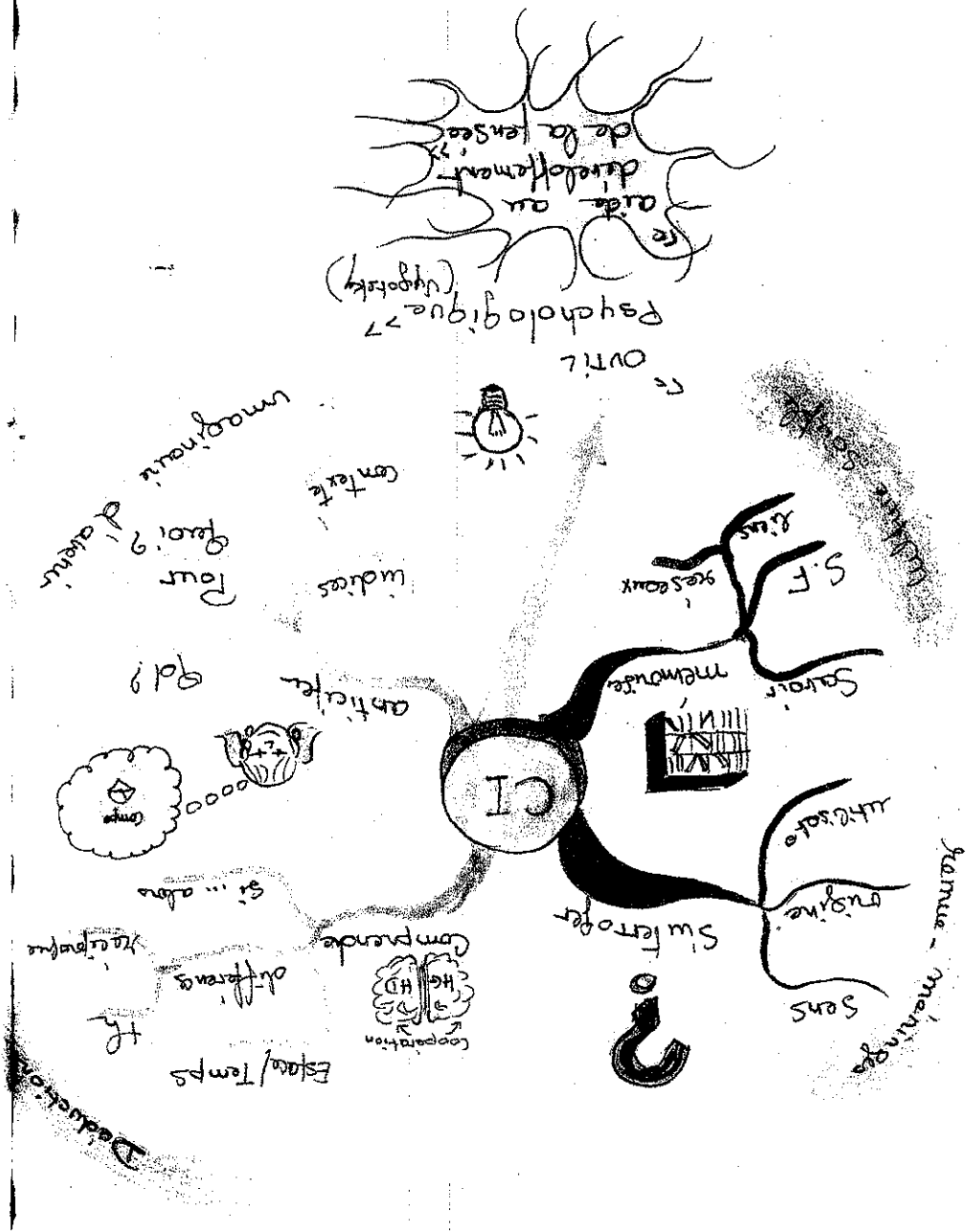
Constat : repérage des difficultés	61
Difficultés en termes de Gestion mentale	64
La carte d'identité (CI) d'un théorème	69
Fiches pratiques	
■ Apprendre à utiliser un théorème	86
■ La démonstration en 4 ^e	90

4**POUR UNE CULTURE SOUPLE ET
ORGANISÉE : des schémas heuristiques**

Un constat : un manque dans l'enseignement des mathématiques	100
Le schéma heuristique (avec exercice pour le lecteur)	102
Pertinence de l'outil	104
Fiches pratiques	
■ Schéma heuristique et progression annuelle	106
■ Structure générale d'une activité de synthèse (un exemple)	108
■ Synthèse et harmonisation des acquis : la médiatrice d'un segment	110
Conclusion	117
Annexes	118
Lexique	123

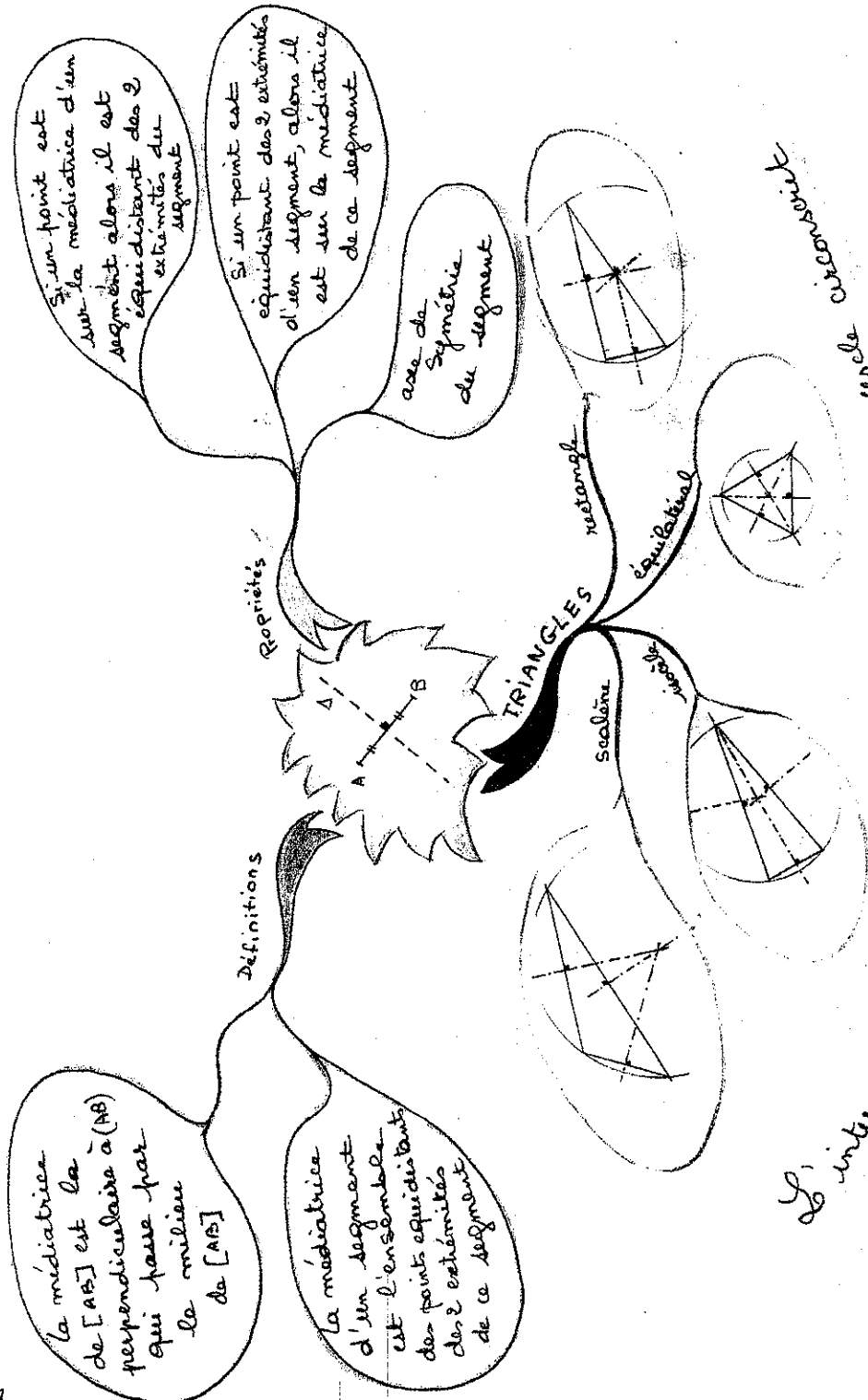
Pour une culture souple et organisée



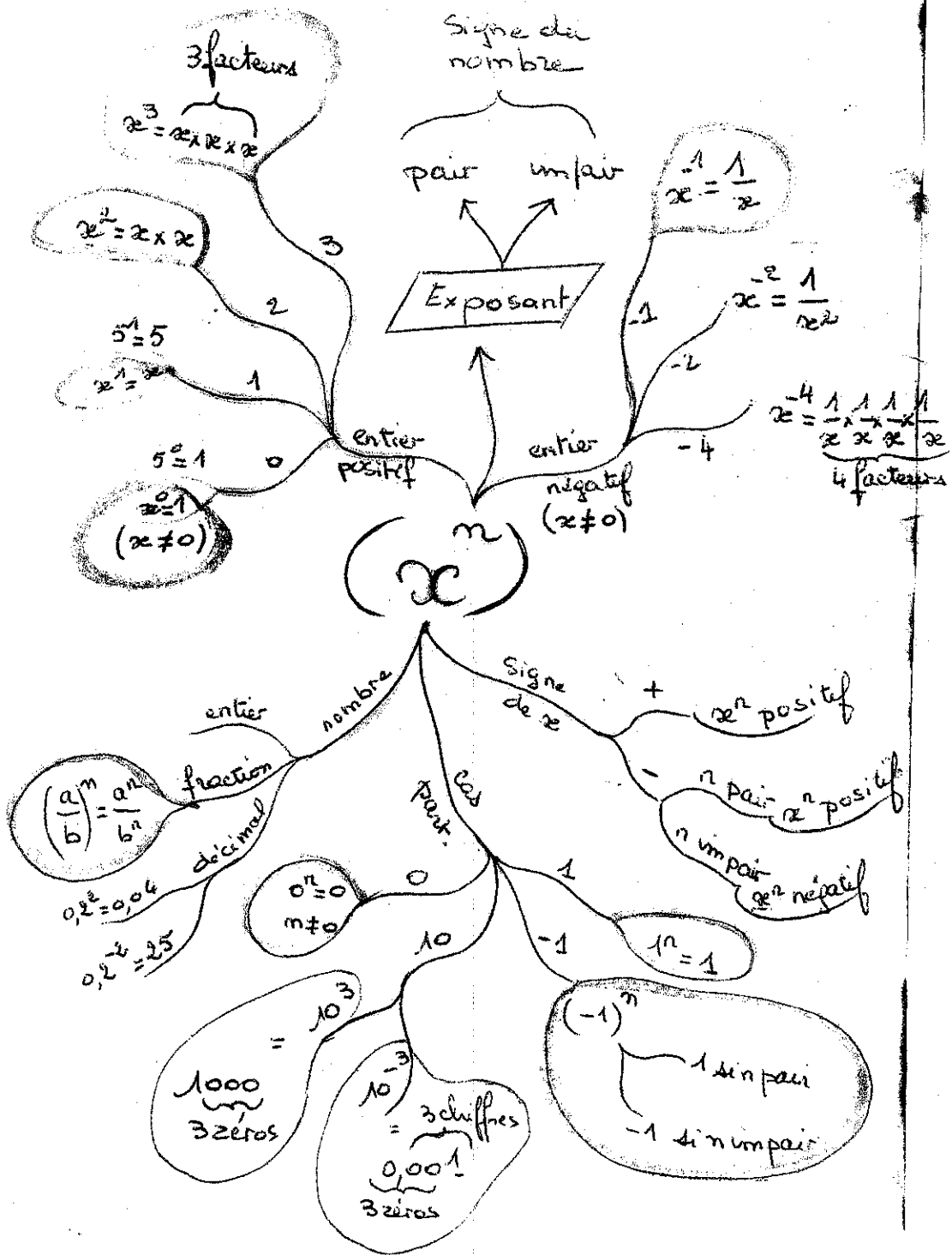


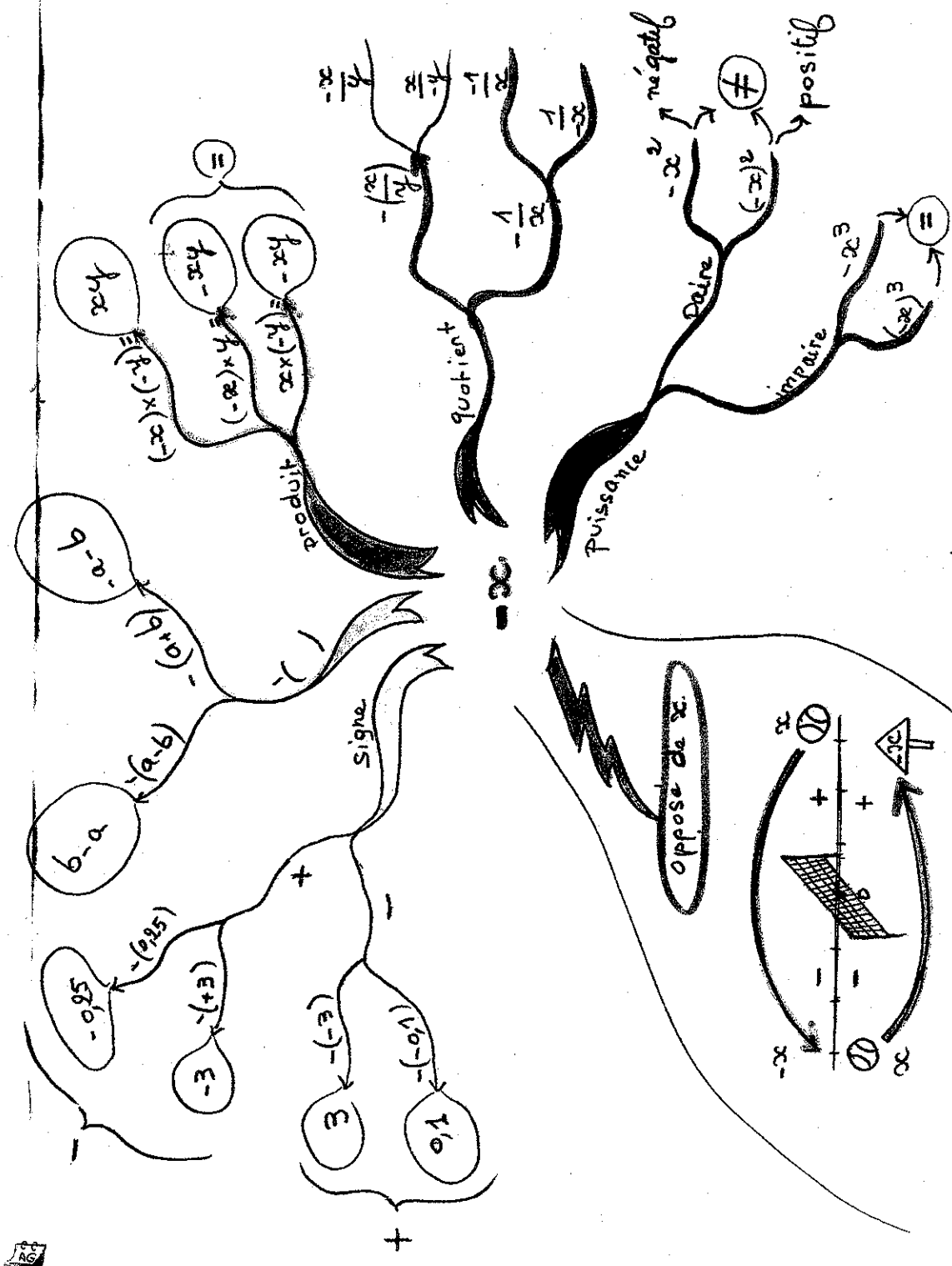
Carte d'identité d'un théorème

La médiatrice d'un segment

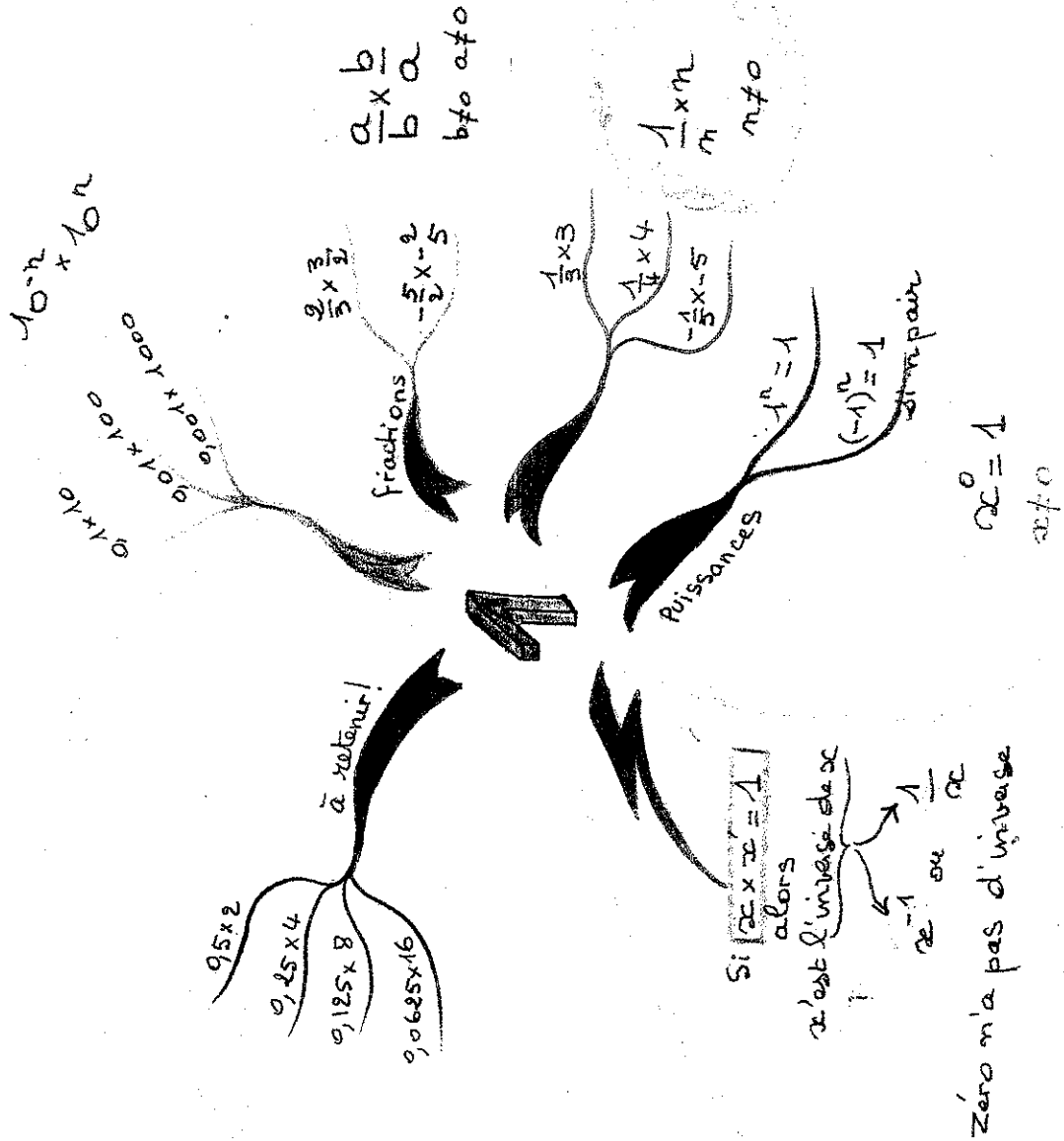


Les puissances

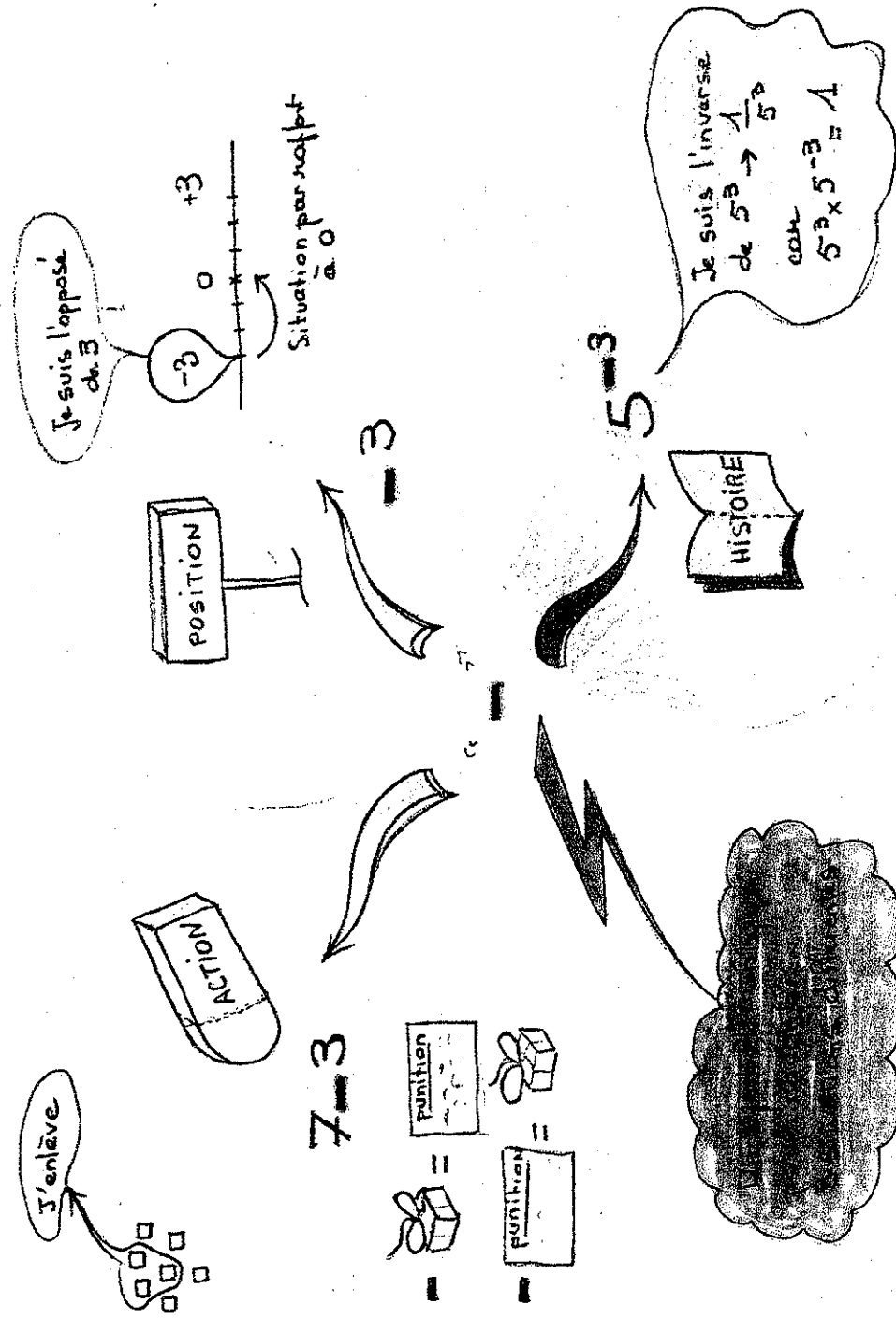




Inverse



Le signe « - »



(Partie rajoutée en Ae)



Les auteurs de cette collection sont à l'écoute des enseignants. Ils leur proposent, outre l'analyse théorique d'un sujet précis, des mises en pratiques pédagogiques. Ainsi, cette collection offre-t-elle des pistes nouvelles et de nouveaux savoir-faire.

MATHÉMATIQUES 5^e/4^e

S'intéresser à l'activité mentale de l'élève qui fait des mathématiques permet à l'enseignant de reconsidérer sa pratique pédagogique et de créer des outils didactiques de prévention des difficultés et de remédiation.

Ce livre expose des exemples d'applications de la gestion mentale à l'enseignement des mathématiques en 5^e et 4^e. Ces exemples portent essentiellement sur 4 points :

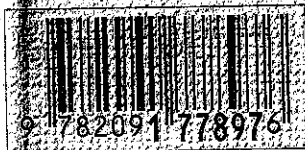
- l'apprentissage progressif de la démonstration ;
- la maîtrise des calculs sur les nombres relatifs ;
- l'initiation au calcul littéral (priorités opératoires) ;
- la résolution d'équations et la mise en équation d'un problème.

Ces exemples ont été choisis pour plusieurs raisons :

- ils sont liés à l'observation de difficultés récurrentes, les élèves faisant d'année en année les mêmes erreurs ;
- ils correspondent à des thèmes qui préoccupent les enseignants de collège ;
- enfin ce sont des apprentissages clés pour une réussite à long terme : les erreurs des lycéens ont très souvent leurs racines dans ces apprentissages de base.

Leur mise en fiches tient compte des directives officielles : « bien équilibrer les apprentissages sur les deux années, en souligner la continuité et la cohérence, dégager clairement les points forts de chaque année. »

Annelle Germet est professeur de mathématiques à Bordeaux. Elle anime en France et à l'étranger des conférences et des stages de formation à la gestion mentale pour enseignants, équipes pédagogiques, parents, thérapeutes, ainsi que des stages de méthodologie pour des jeunes collégiens et lycéens.



NATHAN



Atelier Gérard Fines